

UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERÍA
FACULTAD DE CIENCIAS



TESIS

**Medición de la razón de carga de muones múltiples en el
“MINOS Far Detector”**

PARA OBTENER EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN FÍSICA

ELABORADO POR:

César Manuel Castromonte Flores

ASESOR:

Dr. Carlos Javier Solano Salinas

LIMA - PERÚ

2022

© 2022, Universidad Nacional de Ingeniería. Todos los derechos reservados

“El autor autoriza a la UNI a reproducir la tesis en su totalidad o en parte, con fines estrictamente académicos.”

César M. Castromonte F.

ccastromontef@uni.edu.pe

RESUMEN

La razón de carga, $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$, para eventos de muones atmosféricos múltiples observados a una profundidad subterránea de 2070 m.w.e. (metros equivalentes de agua) se ha medido utilizando el “MINOS Far detector” (MINOS FD). Los eventos de muones múltiples, registrados casi continuamente desde agosto de 2003 hasta abril de 2012, comprenden dos conjuntos de datos independientes recolectados con polaridades de campo magnético opuestas en el MINOS FD, y cuya comparación permite minimizar las incertidumbres sistemáticas de la medición. Se determinó que la razón de carga de muones múltiples es $R_\mu = 1,104 \pm 0,006$ (estad.) $^{+0,009}_{-0,010}$ (sist.). Esta medida complementa las determinaciones previas de las relaciones de carga entre muones individuales y muones múltiples en sitios subterráneos, y sirve para restringir los modelos de interacciones de rayos cósmicos a energías de TeV.

ABSTRACT

The charge ratio, $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$, for atmospheric multiple-muon events observed at an underground depth of 2070 m.w.e. has been measured using the magnetized MINOS Far Detector. The multiple-muon events, recorded nearly continuously from August 2003 until April 2012, comprise two independent data sets imaged with opposite magnetic field polarities, the comparison of which allows the systematic uncertainties of the measurement to be minimized. The multiple-muon charge ratio is determined to be $R_\mu = 1.104 \pm 0.006$ (stat.) $^{+0.009}_{-0.010}$ (syst.). This measurement complements previous determinations of single-muon and multiple-muon charge ratios at underground sites and serves to constrain models of cosmic-ray interactions at TeV energies.

ÍNDICE

RESUMEN	II
ABSTRACT	III
LISTA DE TABLAS	VI
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS	XII
CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1 El Experimento y Colaboración MINOS	3
1.2 Contribución personal	5
CAPÍTULO II: MUONES CÓSMICOS	7
2.1 Rayos cósmicos primarios	7
2.2 Producción de Hadrones Secundarios	10
2.2.1 Piones	10
2.2.2 Kaones	11
2.3 Muones cósmicos	12
2.3.1 Espectro de energía	12
2.3.2 Pérdida de energía	13
2.3.3 Eventos de muones múltiples	14
CAPÍTULO III: EL MINOS “FAR” DETECTOR	16
3.1 Planos de acero y plástico centellador	16
3.2 Sistema de fotodetección	19
3.3 El campo magnético del detector	21
3.4 Escudo de veto de rayos cósmicos	24
3.5 Reconstrucción de los trazos de muones en el MINOS FD	25
CAPÍTULO IV: MUESTRA DE MUONES MULTIPLES	27
4.1 Selección de Eventos	27
4.1.1 Cortes de calidad en la determinación del signo de la carga	28
CAPÍTULO V: ESTUDIO DE SIMULACIÓN DE MUONES ATMOSFÉRICOS	33
5.1 Cadena de Simulación de eventos de Muones Múltiples	33
5.1.1 CORSIKA (COsmic Ray SIMulations for KAscade)	33
5.1.2 Simulación de eventos de Muones Múltiples	35
5.1.3 Simulación del Detector y Reconstrucción de eventos	38

5.2	Eficiencia en la reconstrucción de los trazos	40
5.3	Eficiencia en la reconstrucción de la carga	41
CAPÍTULO VI: DETERMINACIÓN DE LA RAZÓN DE CARGA DE MUONES MÚLTIPLES		47
6.1	Errores sistemáticos en el cálculo de la razón de carga	50
CAPÍTULO VII: DISCUSIÓN DEL RESULTADO Y CONCLUSIONES		57
7.1	Discusión del Resultado	57
7.2	Conclusiones	58
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS		60
ANEXOS		63
A	Pureza de carga y eficiencia de identificación de carga	63
B	Cálculo de la razón de carga de muones múltiples corregida por la eficiencia de identificación de carga	64

LISTA DE TABLAS

Tabla 4.1	Resumen de los cortes aplicados. Cada fila muestra el número total de muones en ambas configuraciones de campo magnético que quedan después de aplicar cada corte sucesivo a los datos. Los números entre paréntesis muestran el porcentaje de muones remanentes.	31
Tabla 5.1	El número de eventos de muones múltiples simulados reconstruidos, ordenados por multiplicidad antes de la separación por carga. Estos trazos satisfacen los cortes de análisis de la Tabla 4.1. La eficiencia $\varepsilon_{[rec,M]}$ es la fracción de eventos con una multiplicidad reconstruida > 1 . La eficiencia $\varepsilon_{[rec=gen]}$ (valores en negrita) es la fracción de eventos con una multiplicidad reconstruida idéntica a la multiplicidad simulada.	41
Tabla 5.2	Número de muones simulados separados por carga y por la pureza de carga, P , obtenidos de la simulación de MC en función de la multiplicidad de muones generados, M	44
Tabla 6.1	Número de muones en ambas configuraciones de campo magnético separados por su carga, en función de la multiplicidad medida M	48
Tabla 6.2	Razón de carga calculada para eventos de muones múltiples, R_μ , en función de la multiplicidad M , para datos en las configuraciones de campo FF y RF, y la combinación GM. Los errores que se muestran en las razones de carga son sólo estadísticos.	49
Tabla 6.3	Razones de carga corregidas por eficiencia, como función de la multiplicidad M de eventos de muones múltiples.	51
Tabla 6.4	Fracciones del número de muones con energías mayores a 1 TeV para varias multiplicidades (v. CORSIKA 7.4).	53
Tabla 6.5	Fracción de muones con energías mayores a 1 TeV para varias multiplicidades (v. CORSIKA 6.9).	55

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Esquema pictográfico de una cascada de rayos cósmicos secundarios típica producida por la interacción de una partícula primaria de alta energía con la atmósfera de la Tierra. Diferentes especies de partículas son producidas como resultado de tal interacción, constituyendo una cascada aérea extensa, donde los muones son el componente cargado más penetrante al nivel del mar.	1
Figura 1.2	Los neutrinos, partículas que rara vez interactúan con la materia, viajaban 735 km directamente a través de la tierra desde Fermilab hasta Soudan sin necesidad de túnel. El experimento MINOS fue proyectado para estudiar el fenómeno de oscilación de “sabor” de los neutrinos bajo condiciones de laboratorio utilizando dos detectores: el “MINOS Near Detector”, ubicado en Fermilab, el cual registraba la composición del haz de neutrinos cuando estos salían del inyector principal de Fermilab, y el ‘MINOS Far Detector”, ubicado en Minnesota, a 800 m bajo tierra, que volvía a analizar el haz de neutrinos.	4
Figura 2.1	Diagrama del Modelo Estándar de la física de partículas: 12 partículas fundamentales (6 quarks y 6 leptones ordenados por generación) que componen la materia y 4 portadores de fuerza fundamentales.	8
Figura 2.2	Espectro de energía de los rayos cósmicos primarios. La línea de trazos corresponde a una sola ley de potencia e ilustra cómo el espectro medido se desvía de un espectro sin ninguna característica especial. Imagen tomada de la referencia [13].	9
Figura 2.3	Diagramas de producción de kaón para canales de reacción $pp \rightarrow p, n Y K$	11
Figura 2.4	Diagramas de producción de kaón para canales de reacción $pn \rightarrow p, n Y K$	12

Figura 2.5	Curvas de supervivencia de muones en función de la energía original para varias profundidades oblicuas de roca [16].	14
Figura 2.6	Evento de alta multiplicidad (23 muones), como mostrado por el programa de monitoreo del MINOS FD.	15
Figura 3.1	Vista frontal del MINOS FD que muestra la estructura del plano octogonal (A), el escudo de veto en la parte superior (B), las bobinas magnéticas que salen del centro (C) y el bastidor de la electrónica (D).	16
Figura 3.2	Sistema de coordenadas para el análisis de rayos cósmicos en el MINOS FD. El eje $+z$ está orientado a lo largo del eje axial del detector y apunta hacia el norte del detector (N). El sur del detector (S) apunta hacia Fermilab. El eje y está dirigido hacia el cenit. La dirección del eje x se elige para hacer un sistema de coordenadas de “mano derecha”. El origen del sistema de coordenadas está el centro de la cara sur del detector. El norte del detector (N) está rotado (en el plano $x-z$) un ángulo $\alpha = 26,5548^\circ$ en relación al norte geográfico verdadero, por lo tanto, el norte del detector apunta a lo largo de un ángulo azimutal de $333,4452^\circ$	17
Figura 3.3	Esquema de un plano detector formado por módulos (grupo de 20 o 28 barras centelladoras).	18
Figura 3.4	(a) Diagrama de una barra de plástico centellador. Las barras centelladoras están hechas de poliestireno extruido de 1 cm de espesor y 4,1 cm de ancho. El poliestireno se mejora con los flúores PPO (1%) y POPOP (0,030%). Estas barras poseen una ranura central para sujetar las fibras WLS, y están recubiertas con una capa exterior de TiO_2 para la reflectividad interna [19]. (b) Corte transversal de una barra de plástico centellador. (c) Módulo de barras centelladoras que conforman un plano.	20
Figura 3.5	Esquema de un tubo fotomultiplicador (PMT). Figura de J. Krieger, distribuido bajo la licencia CC-BY 2.0.	21

Figura 3.6	Esquema del camino que sigue la luz, desde su producción por la interacción de partículas en una barra centelladora, hasta que llega a los PMT's. La luz emitida es recolectada por fibras WLS y transportada hacia los PMT's usando fibras ópticas transparentes.	22
Figura 3.7	Modelo de análisis de elementos finitos para el campo magnético toroidal en un plano de acero del MINOS FD. El sistema de coordenadas para el mapa de campo se muestra en la Figura 3.2. En este mapa, el plano del detector se ve desde el norte del detector.	23
Figura 3.8	Efecto del campo magnético sobre una partícula cargada dentro del detector. Se observa que la trayectoria de la partícula es curvada por causa del campo magnético.	24
Figura 3.9	Efecto del campo magnético sobre una partícula cargada dentro del detector. Se observa que la trayectoria del muón cósmico es curvada por causa del campo magnético después de producir señales luminosas en el escudo del veto.	25
Figura 4.1	Razón de carga para trazos de muones múltiples en función de la significancia de la curvatura $(q/p)/\sigma(q/p)$ después de aplicar todos los cortes de selección y requiriendo que $BdL > 5 \text{ T}\cdot\text{m}$. La línea vertical indica el valor mínimo de esta variable utilizado en la medición de la razón de carga. Los círculos negros representan la razón de carga calculada como la media geométrica entre los datos tomados en las configuraciones de campo directo (triángulos) e inverso (cruces).	29
Figura 4.2	Razón de carga para trazos de muones múltiples en función de BdL después de aplicar todos los cortes de selección y requiriendo que $(q/p)/\sigma(q/p) > 3$. La línea vertical es el valor mínimo de esta variable utilizado en la selección de calidad de señal de carga. Los círculos negros representan la razón de carga calculada como la media geométrica entre los datos tomados en las configuraciones de campo directo (triángulos) e inverso (cruces).	30

Figura 4.3	Distribuciones de variables después de aplicados los cortes de selección: (a) Coseno del ángulo entre trazos, (b) Distancia entre trazos, (c) Ángulo cenital de los trazos, (d) Ángulo azimutal de los trazos.	32
Figura 5.1	Parámetros de entrada para la simulación de cascadas de partículas con CORSIKA.	35
Figura 5.2	Distribuciones de vértices (a)-(c) y cosenos directores (d)-(f) de los datos de muones múltiples recolectados por el MINOS FD.	36
Figura 5.3	(a) Distribución de momento lineal dado por CORSIKA, (b)-(d) Distribuciones de las componentes del momento lineal (generadas combinando información real y simulada).	37
Figura 5.4	Esquema del algoritmo aplicado para garantizar que los trazos de muones entren en el detector.	38
Figura 5.5	Estructura de archivo conteniendo un evento de cinco muones múltiples. Los valores dentro del cuadro de la izquierda corresponden a las componentes del momento (p_x, p_y, p_z) , a la energía y a la masa del muón, respectivamente. Mientras que los valores del cuadro de la derecha corresponden a las coordenadas de la posición donde el muón es detectado dentro del detector por primera vez (vértice).	39
Figura 5.6	Eventos simulados de muones múltiples reconstruidos con multiplicidades (a) $M = 5$ y (b) $M = 10$	40
Figura 5.7	(a) Distancia entre los vértices de los trazos reconstruidos y verdaderos. Se requiere de una distancia máxima de separación ($d < 500$ mm) para igualar los trazos. (b) Distribución de la cantidad de movimiento de los trazos con una carga bien identificada.	44
Figura 5.8	Al observar los eventos en los que se identificó erróneamente la carga, se nota un patrón: todos los muones mal identificados tienen grandes cascadas a lo largo de sus trazos.	46

Figura 6.1	Razón de carga medida como función de la multiplicidad de eventos de muones múltiples, para datos tomados en las configuraciones de campo directo (FF) e inverso (RF), y combinados en una media geométrica (GM). La distribución GM muestra la razón de carga en la que se cancelan los efectos del campo magnético, los errores de alineación y los sesgos en los tiempos de toma de datos. Debido a los errores estadísticos relativamente grandes en la medición de la razón de carga para multiplicidades $M > 7$, solo se muestran los valores para multiplicidades entre 2 y 7.	50
Figura 6.2	Distribuciones de la razón de carga calculada, R_μ , y real, R_μ^{corr} , como función de la multiplicidad de los eventos de muones múltiples. La línea horizontal y la franja sombreada representan el valor total de la razón de carga real y su error estadístico, respectivamente, considerando todas las multiplicidades. El valor final obtenido para la razón de carga verdadera es $R_\mu^{corr} = 1,104 \pm 0,006$ (estadístico).	51
Figura 6.3	Distribuciones de energía de muones observados en el MINOS FD generados con CORSIKA 7.4 para varias multiplicidades.	53
Figura 6.4	Distribuciones de energía de muones observados en el MINOS FD generados con CORSIKA 6.99 para varias multiplicidades.	54
Figura 6.5	Distribución del número de cascadas en eventos de muones múltiples observados por el MINOS FD. Las distribuciones de línea sólida y segmentada corresponden a los datos y al MC, respectivamente. La distribución de línea punteada corresponde a aquellos eventos de MC donde el programa de reconstrucción obtiene el signo de la carga erróneamente. Este último conjunto está dominado por eventos con pérdidas catastróficas de energía visible debido a bremsstrahlung o producción de pares. Eventos conteniendo una única cascada no fueron considerados en este cálculo ("bin" sombreado).	56

LISTA DE SÍMBOLOS Y SIGLAS

SÍMBOLOS

- N_{μ^+} : Número de muones positivos reconstruidos.
- N_{μ^-} : Número de muones negativos reconstruidos.
- R_{μ} : Razón de carga de muones múltiples.
- ϵ : Eficiencia de reconstrucción de los trazos.
- P : Pureza o eficiencia de reconstrucción de la carga.

SIGLAS

- MINOS : Main Injector Neutrino Oscillation Search.
- MINOS FD : MINOS Far Detector.
- M.W.E. : Metros equivalentes de agua (*meter water equivalent*).
- FF : Campo magnético directo (*Forward Field*).
- RF : Campo magnético inverso (*Reverse Field*).
- PMT : Tubo fotomultiplicador (*photomultiplier tube*).
- WLS : Fibra desplazadora de longitud de onda (*wavelength-shifting fiber*).
- DAQ : Sistema de adquisición de datos (*data acquisition system*).
- MDM : Máximo momento detectable (*maximum detectable momentum*).

CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN

Los rayos cósmicos son núcleos atómicos extraterrestres que abarcan un rango de energía que van desde unos pocos MeV hasta más de 10^{20} eV. Al encontrarse con la atmósfera terrestre, estos núcleos interactúan en colisiones con los átomos y moléculas del aire, produciendo cascadas de partículas secundarias (piones, kaones y otras partículas hadrónicas), algunas de las cuales luego decaen en muones y neutrinos muónicos, tal como se muestra en la Figura 1.1.

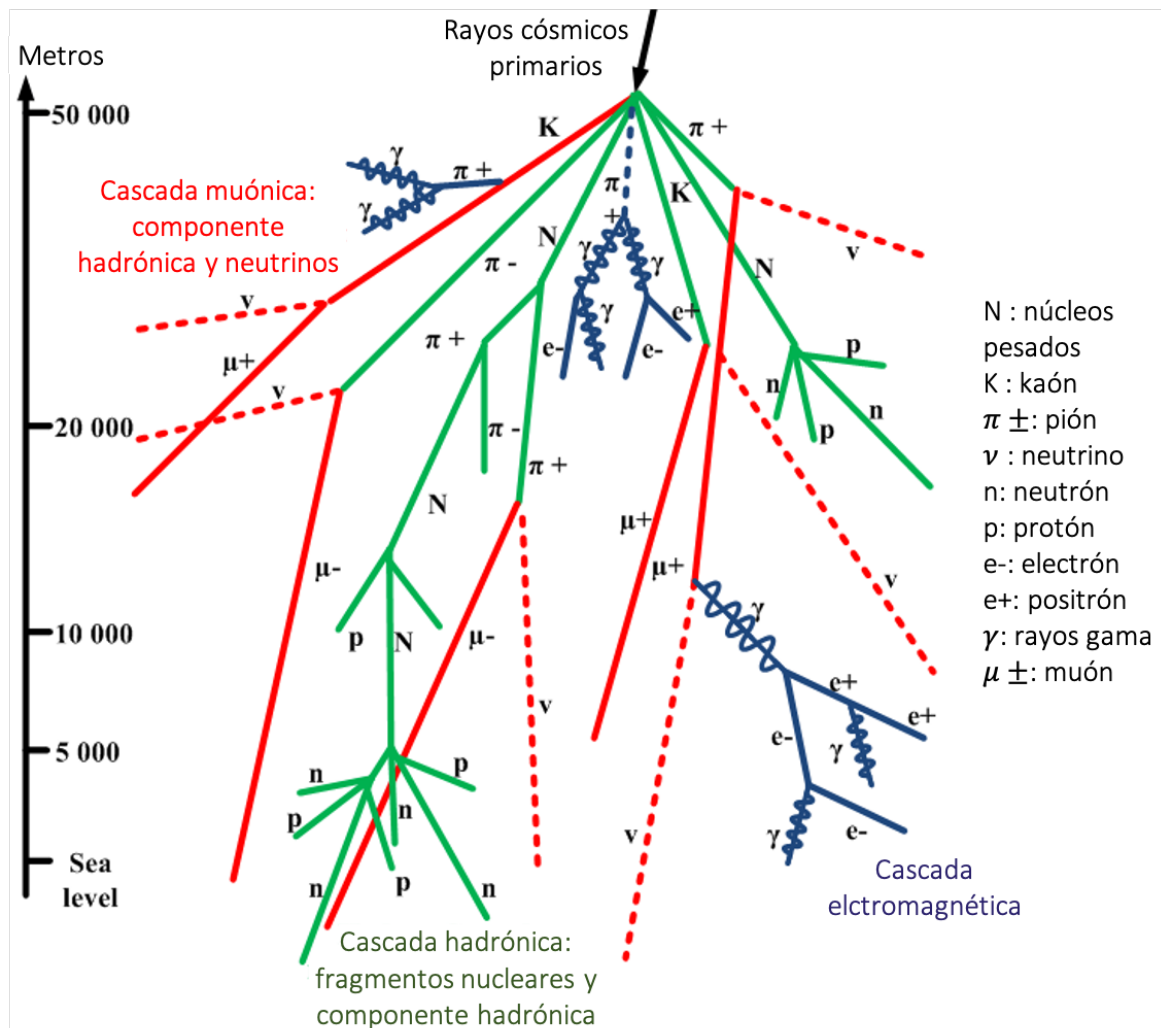


Figura 1.1: Esquema pictográfico de una cascada de rayos cósmicos secundarios típica producida por la interacción de una partícula primaria de alta energía con la atmósfera de la Tierra. Diferentes especies de partículas son producidas como resultado de tal interacción, constituyendo una cascada aérea extensa, donde los muones son el componente cargado más penetrante al nivel del mar.

En la superficie de la Tierra, las partículas secundarias que aún no se han desintegrado interactúan, dejando a los muones y neutrinos como la componente dominante del subsuelo.

Los neutrinos atravesarán toda la Tierra sin una reducción significativa de su flujo, mientras que los muones perderán energía al interactuar con la roca a una tasa conocida (que depende de esta energía) de varios cientos de MeV's por metro recorrido, hasta que la energía sea lo suficientemente baja para evitar que decaiga u ocurra captura atómica en la roca. El resultado de esta pérdida de energía de los muones es que, una "sobrecapa"¹ de muchas decenas, cientos o incluso miles de "metros equivalentes de agua" (*meter water equivalent*, m.w.e.)² se traduce en un límite inferior efectivo de la energía original de los muones en la superficie.

Por otro lado, una comprensión cuantitativa de los muones cósmicos tiene un gran valor para una serie de temas diversos, desde proporcionar información relevante para el estudio de neutrinos atmosféricos hasta el estudio de la composición química de los rayos cósmicos de mayor energía. En particular, mediciones de precisión de la razón de carga de muones, definida como el cociente entre el número de muones positivos y el número de muones negativos, $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$, se pueden utilizar para mejorar los modelos de las interacciones de los rayos cósmicos en la atmósfera. El estudio de eventos de muones individuales y de muones múltiples brindan información complementaria que alimenta el desarrollo de estos modelos.

También, las mediciones de la razón de carga de muones de rayos cósmicos en rangos de energía que van desde unos pocos GeV's hasta unos pocos TeV's, son importantes para restringir los cálculos de los flujos de neutrinos atmosféricos. Estos son de interés tanto para mediciones detalladas de oscilaciones de neutrinos en experimentos de neutrinos atmosféricos, así como para cálculos del "ruido de fondo" (*background*) utilizados por telescopios de neutrinos. La razón de la carga de muones es una herramienta particularmente útil para poner a prueba la razón $\nu/\bar{\nu}$ predicha de neutrinos atmosféricos.

A partir del estudio de la producción de hadrones secundarios, se puede concluir que la razón de carga de muones atmosféricos no será la unidad porque los rayos cósmicos primarios son en su mayoría protones, lo cual implica una preponderancia de quarks u que favorece la producción de mesones "principales"³ π^+ o K^+ , sobre mesones π^- y K^- . La exis-

¹En este contexto, sobrecapa se refiere al material de cualquier naturaleza, consolidados o no, que está encima del detector.

²m.w.e. es una medida estándar de la atenuación de rayos cósmicos en laboratorios subterráneos. Un laboratorio a una profundidad de 1000 m.w.e. está protegido de los rayos cósmicos de manera equivalente a un laboratorio a 1000 m por debajo de la superficie de una masa de agua.

³En este contexto, una partícula "principal" es aquella que lleva el contenido de quarks del rayo cósmico primario que la produjo.

tencia de producción asociada, por ejemplo, $K^+\Lambda$, favorece adicionalmente la producción de K^+ sobre K^- . Debido a la fuerte caída del espectro de energía de rayos cósmicos primarios, que sigue una ley de potencia $E^{-2,7}$ [1], es más probable que un “muón individual”⁴ observado en un detector subterráneo profundo haya sido producido a partir del decaimiento de un hadrón principal en vez de ser producido por el decaimiento de un hadrón secundario o de alguna posterior generación de hadrones.

Mediciones de la razón de carga de muones individuales realizadas por los experimentos L3+C (2004) [2], Bess-TeV (2004) [3], CosmoALEPH (2004) [4], CMS (2010) [5] y MINOS “Near Detector” (2011) [6] a energías en la superficie terrestre, E_μ , que van desde unos pocos cientos de MeV’s hasta los 100 GeV, son consistentes con el promedio mundial de 2001, $R_\mu^{\text{prom}} = 1,268 \pm [0,008 + 0,0002 E_\mu/\text{GeV}]$ [7]. A energías en la superficie terrestre del orden de TeV’s, los experimentos MINOS “Far Detector” (2007) [8] y OPERA (2014) [9] reportaron valores más altos para la razón de carga de muones individuales, $R_\mu^{\text{MINOS FD}} = 1,374 \pm 0,004$ (estat.) $_{-0,010}^{+0,012}$ (sist.) y $R_\mu^{\text{OPERA}} = 1,377 \pm 0,006$ (estat.) $_{-0,001}^{+0,007}$ (sist.), respectivamente. Por otro lado, el experimento OPERA reportó valores de $1,23 \pm 0,06$ (estat.) $_{-0,015}^{+0,017}$ (sist.) (2010) [10] y $1,098 \pm 0,023$ (estat.) $_{-0,013}^{+0,015}$ (sist.) (2014) [9] para la razón de carga de eventos de muones múltiples a una profundidad de 3800 m.w.e., los cuales son valores menores que la razón de carga de muones individuales citados anteriormente.

1.1 El Experimento y Colaboración MINOS

El experimento “Main Injector Neutrino Oscillation Search” (MINOS), fue un experimento dedicado principalmente al estudio del fenómeno de oscilación del “sabor” de neutrinos producidos en un acelerador de partículas. El experimento constaba de tres componentes principales: un haz intenso de neutrinos muónicos (ν_μ), proporcionado por el inyector principal de partículas del Laboratorio Nacional Fermi de Aceleradores, Fermilab (en Batavia, IL, US), el “Near Detector” (ND), localizado a aproximadamente 1 km de la fuente del haz de neutrinos y diseñado para detectar el flujo inicial de estos, y el “Far Detector” (FD), ubicado en Soudan, MN, US, cuya función principal fue observar el flujo final de los neutrinos. El viaje de 735 km a través de la tierra, desde Fermilab hasta el Laboratorio Subterráneo Soudan, daba a los neutrinos muónicos la oportunidad de oscilar a uno de los otros tipos de neutrinos: electrónico (ν_e) o tau (ν_τ). La Figura 1.2 muestra la localización de los dos detectores

⁴Un “muón individual” es aquel muón observado en el detector que no está correlacionado ni espacial ni temporalmente con otros muones observados.

de MINOS y el recorrido de los neutrinos producidos en Fermilab a través de la tierra hasta Soudan.

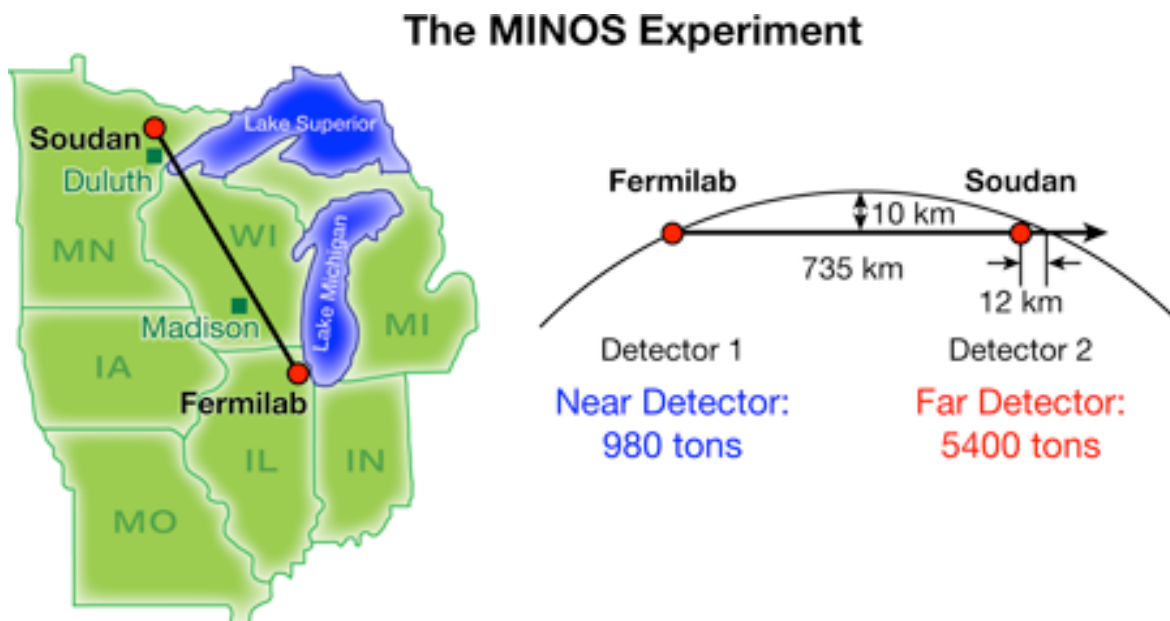


Figura 1.2: Los neutrinos, partículas que rara vez interactúan con la materia, viajaban 735 km directamente a través de la tierra desde Fermilab hasta Soudan sin necesidad de túnel. El experimento MINOS fue proyectado para estudiar el fenómeno de oscilación de “sabor” de los neutrinos bajo condiciones de laboratorio utilizando dos detectores: el “MINOS Near Detector”, ubicado en Fermilab, el cual registraba la composición del haz de neutrinos cuando estos salían del inyector principal de Fermilab, y el “MINOS Far Detector”, ubicado en Minnesota, a 800 m bajo tierra, que volvía a analizar el haz de neutrinos.

Y a pesar de no haber sido diseñado para el estudio de rayos cósmicos, su sobrecapa de roca plana (un “escudo” natural de ~ 800 m de roca), su masa total de casi seis kilotones y su campo magnético (que permitió la determinación de la carga de las partículas cargadas que interactuaban con el detector), permitieron al “MINOS Far Detector” ser optimizado para funcionar también como un telescopio de muones. Los datos “cósmicos” recolectados durante todos los años de funcionamiento del detector, permitieron estudiar con bastante precisión las variaciones estacionales del flujo de muones, así como las “sombras” de rayos cósmicos del Sol y de la Luna, sólo por citar algunos ejemplos de temas investigados. Los estudios de muones cósmicos, que si bien son interesantes por sí mismos y son la base del presente trabajo, también brindaron una calibración útil del detector, permitiendo refinar las constantes de calibración y dando una oportunidad para agilizar el mantenimiento y los procedimientos de reparación del detector.

Por otro lado, la colaboración MINOS fue un esfuerzo internacional, con más de 300 personas involucradas (entre científicos, ingenieros y estudiantes de posgrado) de diferentes

instituciones provenientes de América y Europa, que trabajaron durante más de una década, para el planeamiento, construcción, calibración, toma de datos con los detectores de MINOS y el posterior análisis de los datos, produciendo resultados, tanto de neutrinos como de rayos cósmicos, que fueron publicados (más de 90 artículos) en revistas de alto impacto.

1.2 Contribución personal

Como colaborador del experimento MINOS, tuve la oportunidad de trabajar en diversas etapas del experimento: a nivel de la electrónica, estuve encargado principalmente del control y mantenimiento de los módulos que componían el sistema de adquisición de datos del detector, y a nivel de software, desarrollé herramientas web que permitían el monitoreamiento de los muones que interactuaban con el detector. También participé en el proceso de toma de datos, y por último, realicé la medición de la razón de carga, R_μ , usando todos los datos de muones múltiples recolectados por el MINOS FD. Básicamente fueron dos motivos los que me llevaron a la realización de este análisis: el primero es que no hay muchos resultados de este tipo en el mundo y entender la física de la producción de muones múltiples cósmicos es relevante para restringir el “background” en los modelos usados en los estudios de oscilaciones de neutrinos atmosféricos, y segundo, por que llevar adelante este análisis representaba un gran desafío técnico, ya que debido a las propias características *sui generis* de la muestra, no existían herramientas computacionales apropiadas para su estudio, por lo que había que implementar gran parte del software a ser usado.

Resultado de este trabajo es la presente tesis, donde se muestra el análisis realizado para la medición de la razón de carga, R_μ , utilizando una muestra de muones múltiples recolectados por el “Far Detector” del experimento MINOS entre agosto del 2003 y abril del 2012. En un evento de muones múltiples, puede haber algunos muones para los cuales la carga fue bien medida y otros muones para los que la medición de la carga fue ambigua. En el presente trabajo se reporta la razón de carga medida considerando trazos de eventos de muones múltiples en los que al menos la carga de un muón fue bien medida, independiente de si las carga de los otros muones en el mismo evento es conocida. En eventos de muones múltiples, todos los muones con una carga bien medida fueron incluidos en el cálculo de la razón de carga.

Los capítulos de la tesis están organizados de la siguiente forma: el marco teórico es descrito en el Capítulo II y el MINOS FD se describe en el Capítulo III. El análisis de los

datos de muones múltiples recolectados por el MINOS FD y la simulación de Monte Carlo (MC) se describen respectivamente en los Capítulos IV y V. La determinación de la razón de carga de muones múltiples se presenta en el Capítulo VI, incluidas las correcciones por identificación errónea de carga y los cálculos de incertidumbres sistemáticas. Las conclusiones son presentadas en el Capítulo VII. Por último, el artículo producto de este trabajo y publicado en la revista **Physical Review D**, es presentado en los anexos.

CAPÍTULO II: MUONES CÓSMICOS

Según el Modelo Estándar de Partículas [12], que es la mejor teoría científica que se tiene a la fecha para describir los componentes más básicos del universo y sus interacciones, los bloques constituyentes de toda la materia observable son seis *quarks*: up (u), down (d), strange (s), charm (c), bottom (s), top (t), y seis *leptones*: electrón (e), muón (μ), tau (τ), neutrino electrónico (ν_e), neutrino del muón (ν_μ) y neutrino del tau (ν_τ), los cuales interactúan por medio de partículas “portadoras de fuerzas” (*bosones mediadores*) correspondientes a tres de las cuatro fuerzas fundamentales conocidas: gluones (fuerza fuerte), W^\pm y Z^0 (fuerza débil) y γ (fuerza electromagnética). Para cada partícula elemental existe una correspondiente antipartícula.

Los quarks y leptones pueden clasificarse en tres generaciones, cada generación conteniendo un par de quarks (uno con carga $+2/3$ y otro con carga $-1/3$), y un par de leptones (uno cargado y uno neutro). Todos los quarks son masivos y tienen carga eléctrica fraccionaria. De forma similar, los tres leptones e , μ y τ , también son masivos y tienen carga eléctrica unitaria negativa, mientras que los tres neutrinos correspondientes, ν_e , ν_μ y ν_τ , tienen carga eléctrica nula y masas muy pequeñas. Tanto los leptones como los quarks tienen spin $1/2$ y por lo tanto son *fermiones*¹. En la Figura 2.1 se muestra un diagrama que resume el Modelo Estándar de partículas.

Como se mencionó anteriormente, los muones forman parte del grupo de leptones, los cuales son un tipo de partícula fundamental, o sea, que no están constituidos de otras piezas de materia aún más pequeñas. Los muones son similares a los electrones pero son ~ 207 veces más pesados, tienen un tiempo de vida media relativamente largo ($2,2 \mu s$), una sección transversal de interacción bastante pequeña y comprenden una fracción significativa del flujo de rayos cósmicos que llegan a la superficie de la Tierra, los cuales posteriormente, penetrarán profundamente bajo tierra (varias centenas de metros), perdiendo energía por su interacción con la roca a una tasa bien conocida y dependiente de la energía.

2.1 Rayos cósmicos primarios

Los muones cósmicos detectados por experimentos como MINOS no son de origen cósmico, sino más bien son los restos detectables de una “cascada de rayos cósmicos” de par-

¹Los fermiones son partículas que tienen spin semi entero, y por lo tanto, se ven limitadas por el principio de exclusión de Pauli.

Modelo estándar de física de partículas

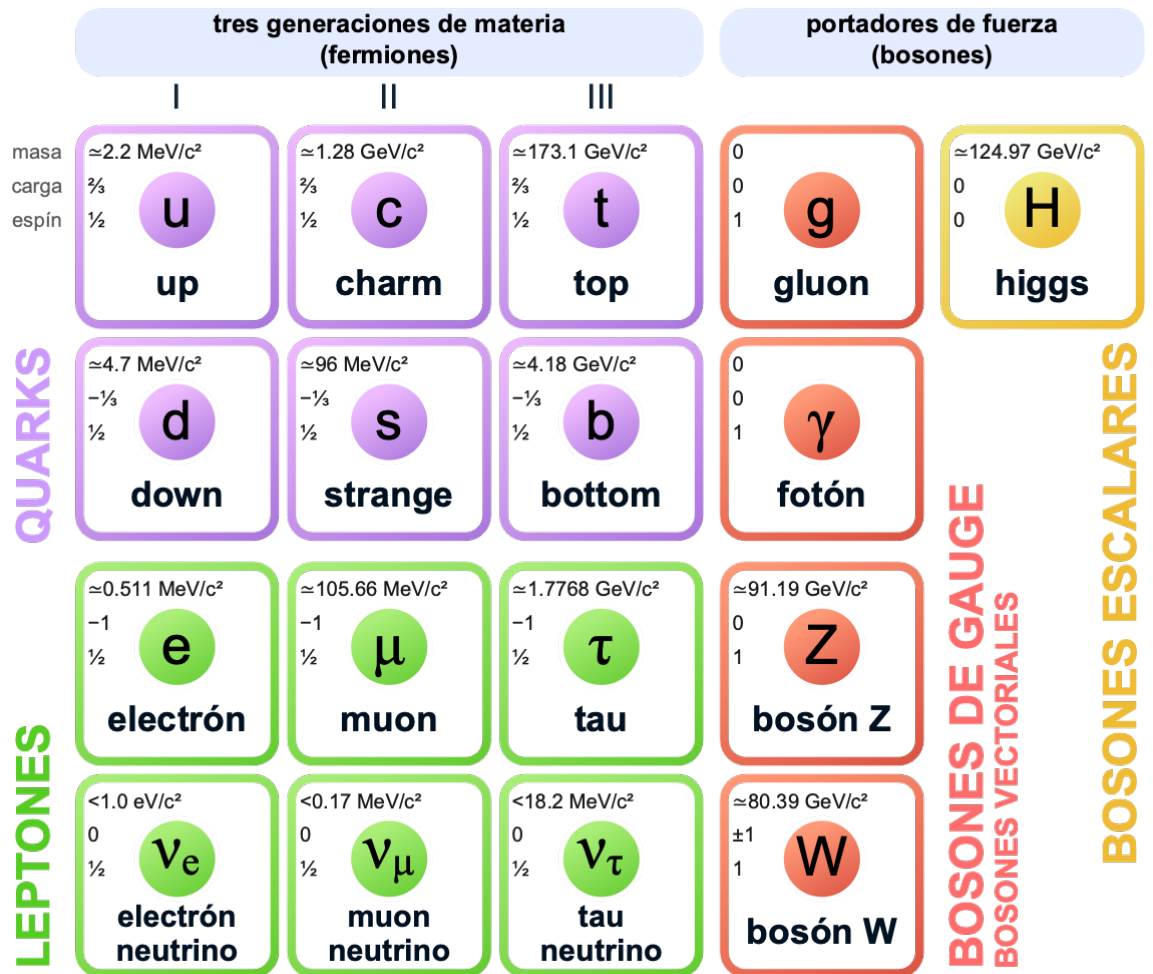


Figura 2.1: Diagrama del Modelo Estándar de la física de partículas: 12 partículas fundamentales (6 quarks y 6 leptones ordenados por generación) que componen la materia y 4 portadores de fuerza fundamentales.

tículas secundarias generadas por una partícula primaria de rayos cósmicos que interactúa en la atmósfera superior. Los rayos cósmicos primarios (a las energías relevantes) están compuestos por un 90% de núcleos de hidrógeno, un 9% de helio y un 1% de núcleos más pesados [1].

Las energías de los rayos cósmicos primarios abarcan un rango que va desde los 10^7 eV hasta mas allá de los 10^{20} eV. El espectro diferencial en función de la energía sobre la mayor parte de este rango sigue aproximadamente una ley de potencia $\frac{dN}{dE} \approx E^{-\gamma}$, tal como se muestra en la Figura 2.2.

Esta aproximación es válida para energías que van desde los 20 GeV hasta unos 10^{15}

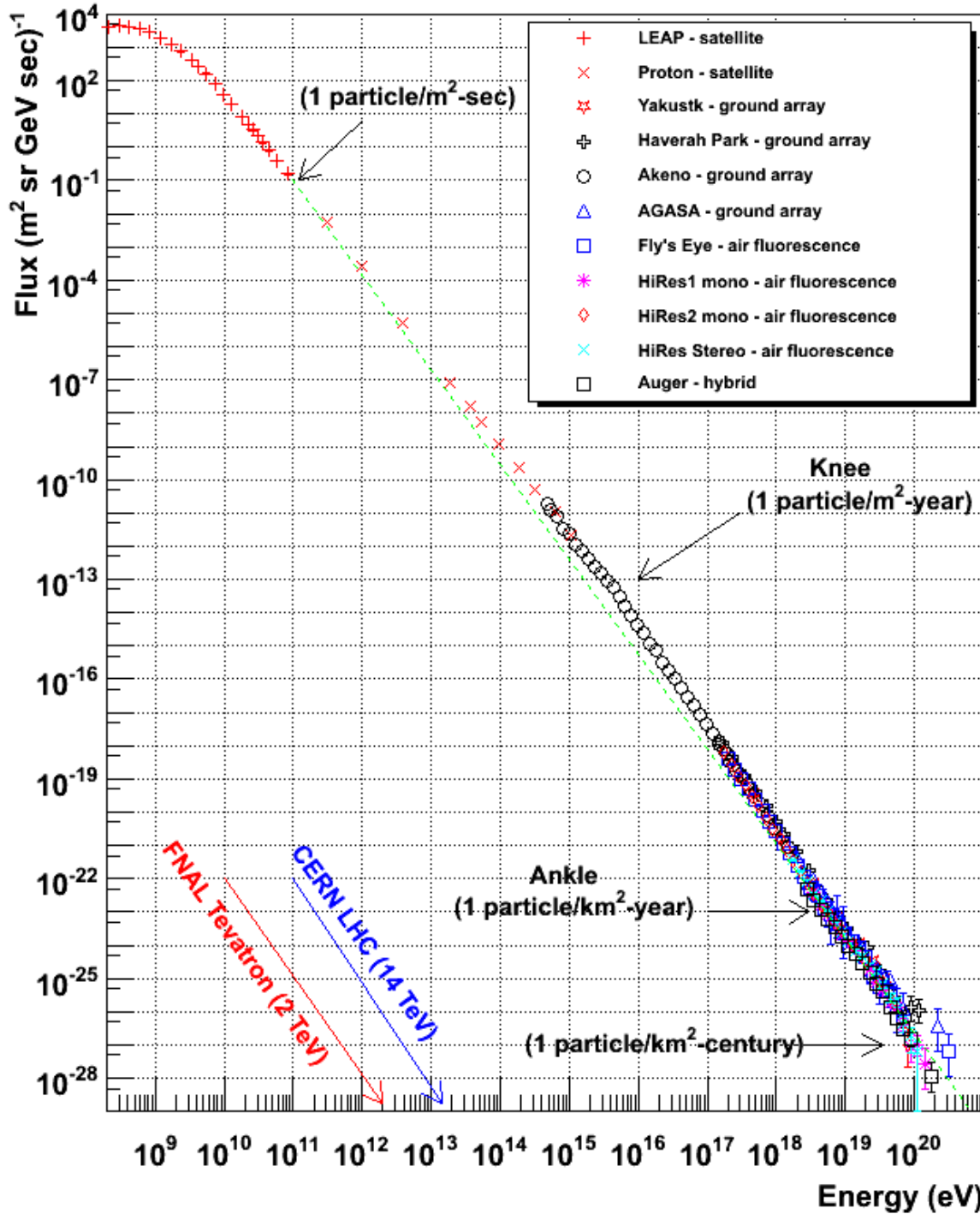


Figura 2.2: Espectro de energía de los rayos cósmicos primarios. La línea de trazos corresponde a una sola ley de potencia e ilustra cómo el espectro medido se desvía de un espectro sin ninguna característica especial. Imagen tomada de la referencia [13].

eV con $\gamma \approx 2,7$. En esta región, las proporciones de la composición de rayos cósmicos son bastante constantes. Alrededor de 3×10^{15} eV, o la “rodilla” del espectro, el espectro se inclina más de acuerdo a $\gamma \approx 3,0$ hasta aproximadamente 10^{19} eV. Se cree que esto es debido al cambio del espectro primario para incorporar núcleos de mayor número atómico.

En la región por encima de los 10^{19} eV, llamado el “tobillo” del espectro, el espectro vuelve a ser menos pronunciado. Por encima de estas energías ultra altas, cerca de 10^{20} eV, se espera que el espectro disminuya más rápidamente debido a la interacción con la radiación de fondo de microondas cósmica, conocida como corte GZK [14, 15]. En el extremo inferior de esta escala, los rayos cósmicos con energías inferiores a 10 GeV se ven afectados por el viento solar y los cortes geomagnéticos terrestres.

2.2 Producción de Hadrones Secundarios

Los muones cósmicos observados por el MINOS FD se originan a partir del decaimiento de los mesones producidos por las interacciones de los rayos cósmicos primarios de ultra alta energía con los núcleos atmosféricos. Estos muones reflejan la carga de sus mesones progenitores, que son predominantemente positivos, porque el flujo primario de rayos cósmicos consiste principalmente en protones libres, por lo tanto, la razón de carga de muones, $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$, será mayor que la unidad. El valor preciso, sin embargo, depende no sólo de la composición del flujo primario, sino también de los detalles de la interacción hadrónica.

2.2.1 Piones

En una colisión protón-protón típica, los piones se producen como $p + p \rightarrow p + p + \pi^+ + \pi^+ + \pi^- + \text{etc.}$, y la multiplicidad depende principalmente de la “inelasticidad”² de la colisión, denotada como κ . Este parámetro determina la proporción de la energía inicial del nucleón disponible para la interacción, y la cual ha sido medida en experimentos con aceleradores para una amplia gama de energías. Como los protones tienen carga positiva y la proporción de antimateria en los rayos cósmicos es insignificante, se producen más piones positivos que negativos. En el aire, hay aproximadamente la misma cantidad de neutrones y protones disponibles, y en los rayos cósmicos, la proporción de neutrones es aproximadamente del 18%. También, las colisiones neutrón-neutrón producen tantos piones positivos como piones negativos y, por lo tanto, hará que la razón de carga de los piones tienda hacia la unidad. Entonces, solo alrededor del 9% (50% del 18%) de las colisiones producen cantidades iguales de π^+ y π^- , mientras que el otro 91% contribuye con un exceso de π^+ .

²La “inelasticidad”, así como la sección eficaz, es un parámetro global de las interacciones hadrónicas que es de fundamental importancia para las cascadas de rayos cósmicos. Está definida como la fracción de energía dada por el nucleón principal en una colisión inducida por un protón o neutrón que incide sobre un nucleón o núcleo.

2.2.2 Kaones

Por otro lado, kaones y Λ 's requieren la producción de "extrañeza" (quarks s). Es más probable que el kaón sea positivo independientemente de si neutrones o protones estuvieron involucrados en la colisión. Una colisión hadrónica con suficiente energía para crear un par "extraño-antiextraño" ($s\bar{s}$) colocará preferentemente al quark "extraño" en un barión con otros dos quarks, ya que la colisión comienza con quarks en lugar de antiquarks. El antiquark "antiextraño" (\bar{s}) probablemente se emparejará con un quark "down" (d) para formar un kaón neutral, K^0 ($d\bar{s}$), o con un quark "up" (u) para formar un kaón positivo, K^+ ($u\bar{s}$). Esto será cierto hasta que haya disponible energías suficientemente altas, que permitan crear suficiente antimateria para formar un antibarión. En la Figura 2.3 se muestran varios canales de reacción para colisiones protón-protón. Las colisiones neutrón-protón tienen canales de reacción similares, aunque las cargas mesónicas resultantes producidas son 1/3 de las colisiones protón-protón (hay más posibilidades de formación de un kaón neutral con el quark "down" extra), tal como se muestra en la Figura 2.4.

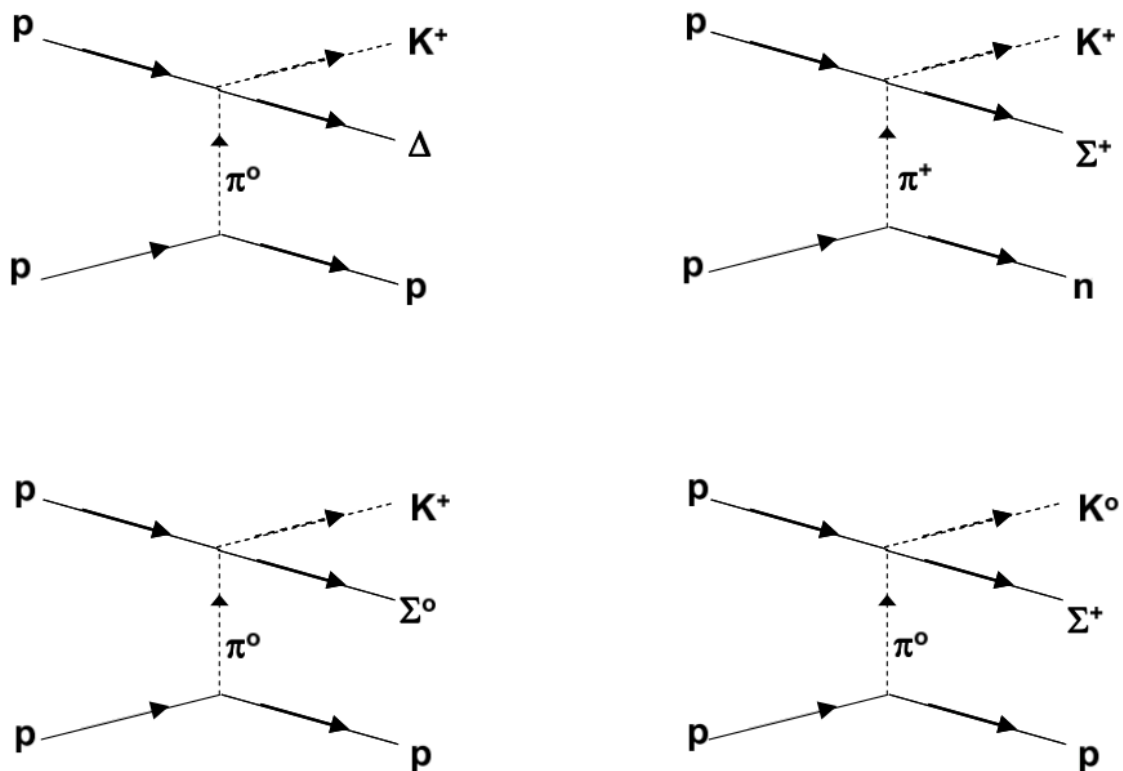


Figura 2.3: Diagramas de producción de kaón para canales de reacción $pp \rightarrow p, n YK$.

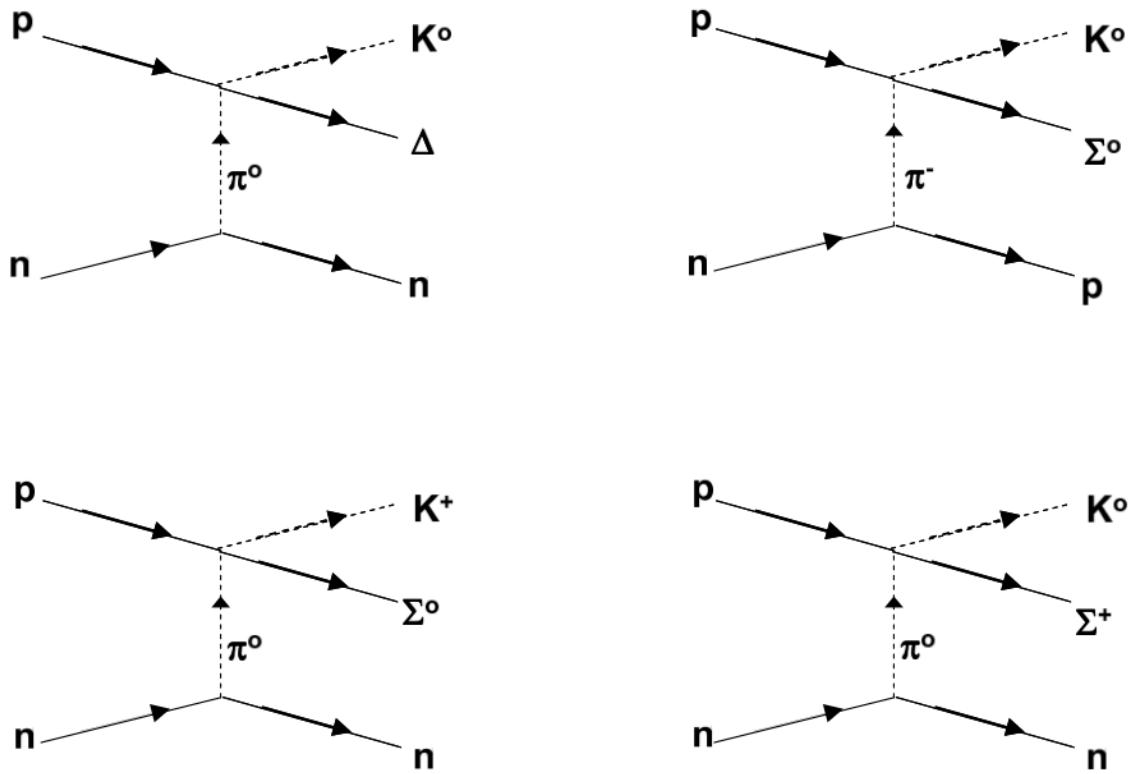


Figura 2.4: Diagramas de producción de kaón para canales de reacción $pn \rightarrow p,n YK$.

2.3 Muones cósmicos

2.3.1 Espectro de energía

En el rango de energía de los muones que llegan a la superficie relevante para el experimento MINOS, los rayos cósmicos primarios que crean esos muones tienen una energía promedio de aproximadamente diez veces la energía de los muones en la superficie [1]. A la profundidad del MINOS FD, alrededor del 90% de los muones con un momento medible son producidos por rayos cósmicos primarios en el rango de energía de 5 a TeV's [16].

La mayoría de los muones se producen en la atmósfera, a unos 15 km o más. Aproximadamente 2 GeV's de la energía se pierden por ionización en la atmósfera, por lo que para muones con energías superiores a 500 GeV, la energía superficial puede considerarse la energía de producción. Juntando el espectro de producción de piones y kaones, y teniendo en cuenta la pérdida de energía y decaimientos en la atmósfera, las energías de los muones en la superficie siguen la ecuación 2.1, conocida como la parametrización de Gaisser [1], la cual es válida cuando el decaimiento del muón es insignificante ($E_\mu > 100/\cos\theta$ GeV) y la

curvatura de la Tierra puede despreciarse [12].

$$\frac{dN_\mu}{dE_\mu} \approx \frac{0,14 E_\mu^{-2,7}}{\text{cm}^2 \text{ s sr GeV}} \left(\frac{1,0}{1 + \frac{1,1 E_\mu \cos \theta^*}{\epsilon_\pi}} + \frac{0,054}{1 + \frac{1,1 E_\mu \cos \theta^*}{\epsilon_K}} \right) \quad (2.1)$$

donde E_μ es la energía superficial del muón y θ^* es el ángulo en el punto de producción de muones. Los dos términos entre paréntesis en la ecuación 2.1 representan la contribución a la producción de muones a partir del decaimiento de piones y kaones, respectivamente. Los valores $\epsilon_\pi = 115 \text{ GeV}$ y $\epsilon_K = 850 \text{ GeV}$ corresponden a las energías críticas a una altitud en la atmósfera donde se producen la mayoría de los muones detectados, por encima de las cuales la probabilidad de interacción de piones y kaones supera la probabilidad de decaimiento. Por otro lado, la ecuación 2.1 ignora por completo la contribución de los quarks “encanto” que se considera insignificante en este contexto.

2.3.2 Pérdida de energía

Los muones pierden energía por procesos radiativos (bremsstrahlung, producción de pares e interacciones fotonucleares) y por ionización en la sobrecapa de roca. La pérdida de energía se puede calcular para determinar si un muón con cierta energía inicial sobreviviría al atravesar cierta cantidad de roca. Curvas de probabilidad de supervivencia para los muones en la roca por encima del Laboratorio Subterráneo de Soudan, que es donde se encontraba localizado el MINOS FD, se muestran en la Figura 2.5 [16].

Como se ve en la Figura 2.5, la probabilidad de transmisión de muones crece muy rápidamente y, debido a la rápida caída del espectro del flujo de muones, la mayoría de los muones observados a una profundidad oblicua particular provendrán justo por encima del punto de entrada en la roca, especialmente si los muones medidos están restringidos a energías en el detector de menos de 150 GeV. La pérdida de energía del muón en función de la cantidad de materia atravesada viene dada por la fórmula de Bethe-Bloch (ecuación 2.2)

$$\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi n e^4}{m c^2 \beta^2} \left[\ln \left(\frac{2 m p^2 W}{I^2 \mu^2} \right) - 2\beta^2 - \delta - U \right] \quad (2.2)$$

la cual puede ser parametrizada para el caso de muones interactuando con materia de acuerdo a la ecuación 2.3 [12], que da la energía perdida por g/cm^2 .

$$-\frac{dE}{dx} = a(E_\mu) + b(E_\mu)E_\mu \quad (2.3)$$

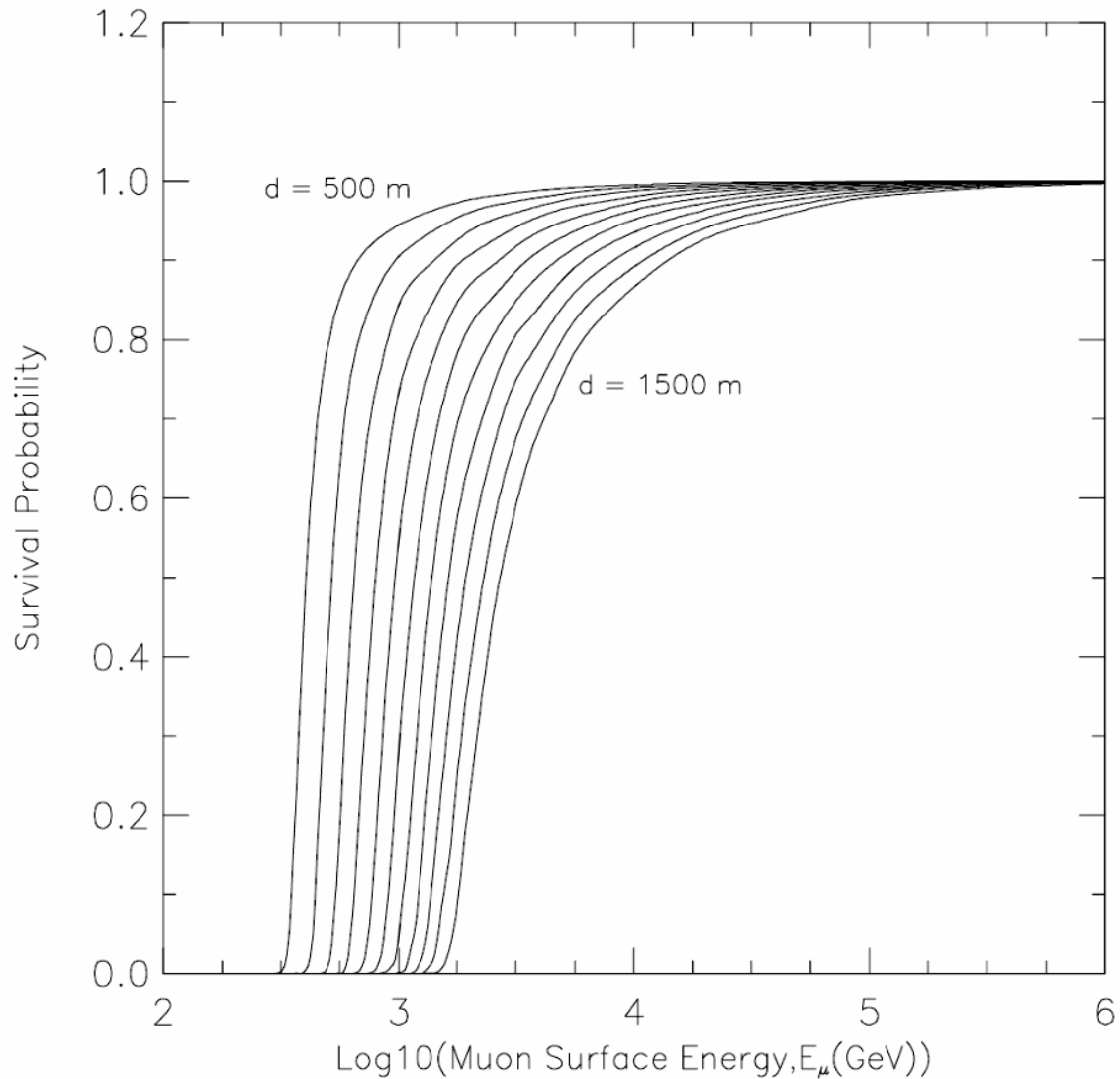


Figura 2.5: Curvas de supervivencia de muones en función de la energía original para varias profundidades oblicuas de roca [16].

El parámetro a incorpora las pérdidas por ionización mientras que los procesos radiativos son incorporados por el parámetro b . La ecuación 2.3 supone una pérdida de energía continua y no tiene en cuenta las fluctuaciones [17]. Los parámetros de pérdida de energía (a y b) para roca estándar en función de la energía se dan en [18]. La ecuación 2.3 será importante para el presente estudio cuando se determine la eficiencia de la reconstrucción de la carga (descrito en el Capítulo V referente al estudio de simulación de Monte Carlo).

2.3.3 Eventos de muones múltiples

En los detectores subterráneos, un evento de muones múltiples ocurre cuando se observan dos o más muones casi paralelos que se originan a partir de un rayo cósmico primario

común. El proceso generalmente involucra el decaimiento de más de un solo hadrón inicial. Los eventos pueden ser producidos por dos o más hadrones de la primera interacción, o por partículas producidas en interacciones secundarias o más profundas en la cascada hadrónica. Algunos eventos también son producidos por el decaimiento “dimuónico” de un solo hadrón inicial, pero la probabilidad de que un proceso de este tipo suceda es relativamente pequeña. En el MINOS FD, que tiene una profundidad de 2070 metros de agua equivalente (m.w.e.), los eventos de muones múltiples representan el 7% de los eventos de rayos cósmicos observados. Debe remarcarse que en un evento de muones múltiples reconstruido en el MINOS FD, puede haber algunos muones para los cuales la carga esté bien medida y otros muones para los que la medición de la carga sea ambigua. La Figura 2.6 muestra un ejemplo de evento de muones múltiples observado por el MINOS FD.

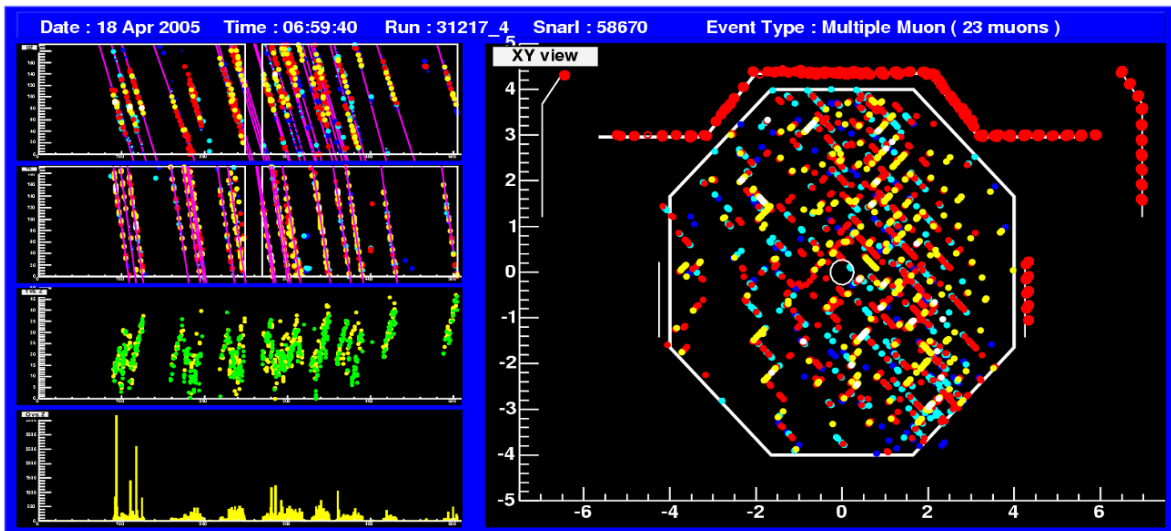


Figura 2.6: Evento de alta multiplicidad (23 muones), como mostrado por el programa de monitoreo del MINOS FD.

CAPÍTULO III: EL MINOS “FAR” DETECTOR

3.1 Planos de acero y plástico centellador

El MINOS FD fue un calorímetro magnetizado de rastreo de partículas, compuesto de planos hechos de acero y plástico centellador, ubicado a una profundidad de 2070 m.w.e. en el Laboratorio Subterráneo de Soudan, en una mina de hierro en el norte de Minnesota (latitud $47,82027^\circ$ N y longitud $92,24141^\circ$ W).

El MINOS FD constó de dos “supermódulos” (SM1 y SM2) separados por un espacio de 1,15 m. Los dos supermódulos contienen un total de 486 planos octogonales de acero, cada uno de 2,54 cm de espesor y separados 5,94 cm uno del otro, con 8 m de diámetro y un orificio central de 30 cm a través del cual pasa la bobina del imán, y los cuales estaban intercalados con 484 planos conformados de barras centelladoras de poliestireno extruido de 1 cm de espesor, dando una dimensión total para el detector de $8,0 \times 8,0 \times 31 \text{ m}^3$. La Figura 3.1 muestra una vista frontal del MINOS FD. Aquí se ve el primer plano octogonal de acero (A), el escudo de veto en la parte superior (B), las bobinas magnéticas saliendo del centro del plano octogonal (C) y los bastidores donde se encontraba la electrónica del sistema de adquisición de datos (D).

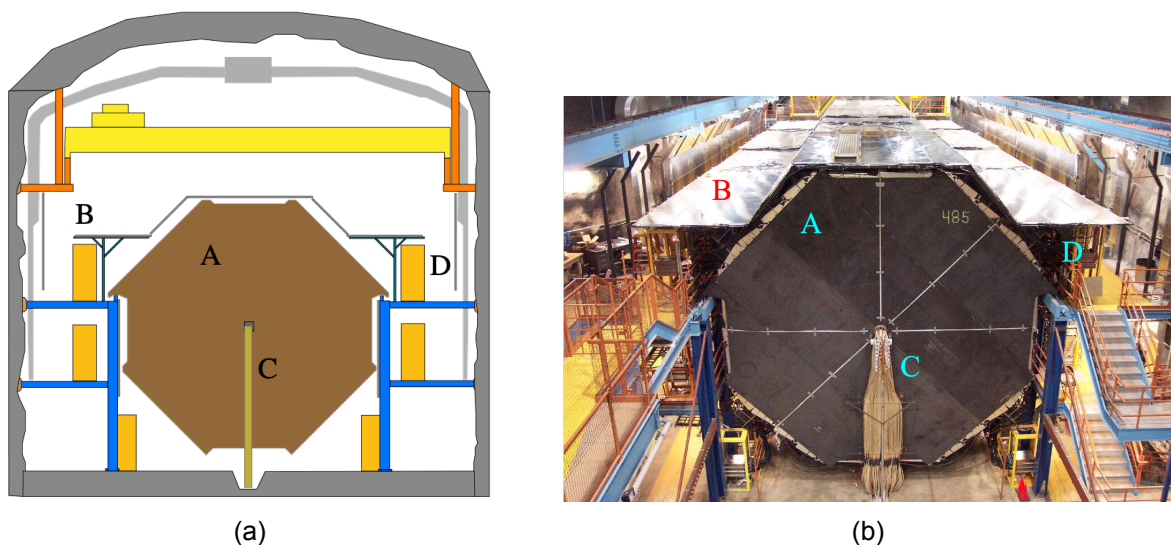


Figura 3.1: Vista frontal del MINOS FD que muestra la estructura del plano octogonal (A), el escudo de veto en la parte superior (B), las bobinas magnéticas que salen del centro (C) y el bastidor de la electrónica (D).

La Figura 3.2 muestra el sistema de coordenadas utilizado en el análisis de rayos cósmicos del MINOS FD. En términos de este sistema de coordenadas, los eventos se describen

como provenientes del ángulo cenital θ (el ángulo polar medido desde el eje y), desde la vertical ($\theta = 0^\circ$) hacia el horizonte ($\theta = 90^\circ$), y el ángulo azimutal ϕ medido en el plano $x-z$, a partir del norte verdadero ($\phi = 0^\circ$) hasta el este ($\phi = 90^\circ$).

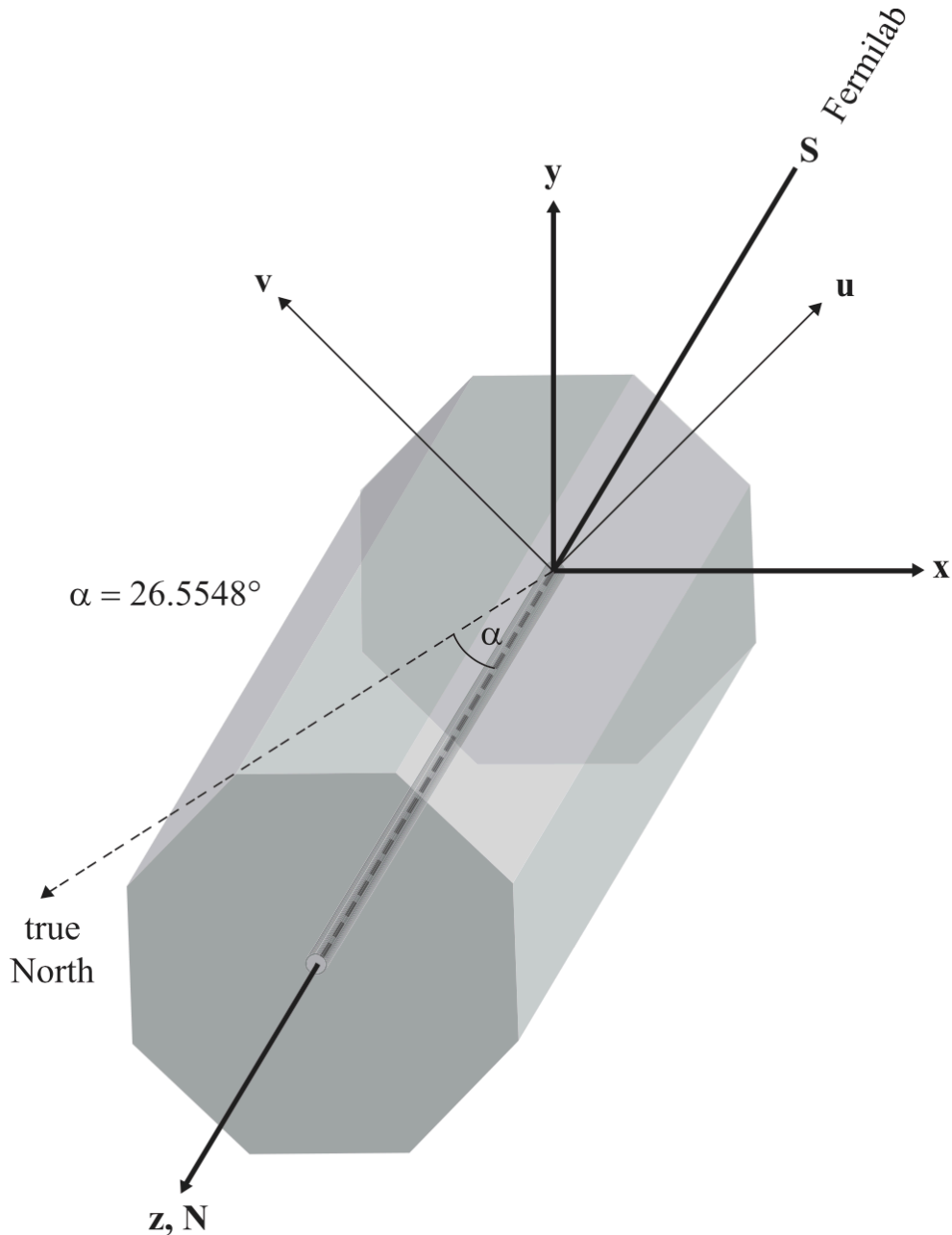


Figura 3.2: Sistema de coordenadas para el análisis de rayos cósmicos en el MINOS FD. El eje $+z$ está orientado a lo largo del eje axial del detector y apunta hacia el norte del detector (N). El sur del detector (S) apunta hacia Fermilab. El eje y está dirigido hacia el cenit. La dirección del eje x se elige para hacer un sistema de coordenadas de “mano derecha”. El origen del sistema de coordenadas está el centro de la cara sur del detector. El norte del detector (N) está rotado (en el plano $x-z$) un ángulo $\alpha = 26,5548^\circ$ en relación al norte geográfico verdadero, por lo tanto, el norte del detector apunta a lo largo de un ángulo azimutal de $333,4452^\circ$.

Cada plano de plástico centellador que compone el MINOS FD está conformado por 192 barras (agrupados en módulos de 20 o 28 barras) de 4,1 cm de ancho, 1 cm de espesor y longitudes que dependen de su posición en el plano (varían entre 3,4 y 8,0 m), tal como se muestra en la Figura 3.3. Las barras de plástico centellador correspondientes a planos detectores alternos están orientadas a $\pm 45^\circ$ con respecto a la vertical. Cada plano tiene un pequeño orificio en el centro para la bobina magnética.

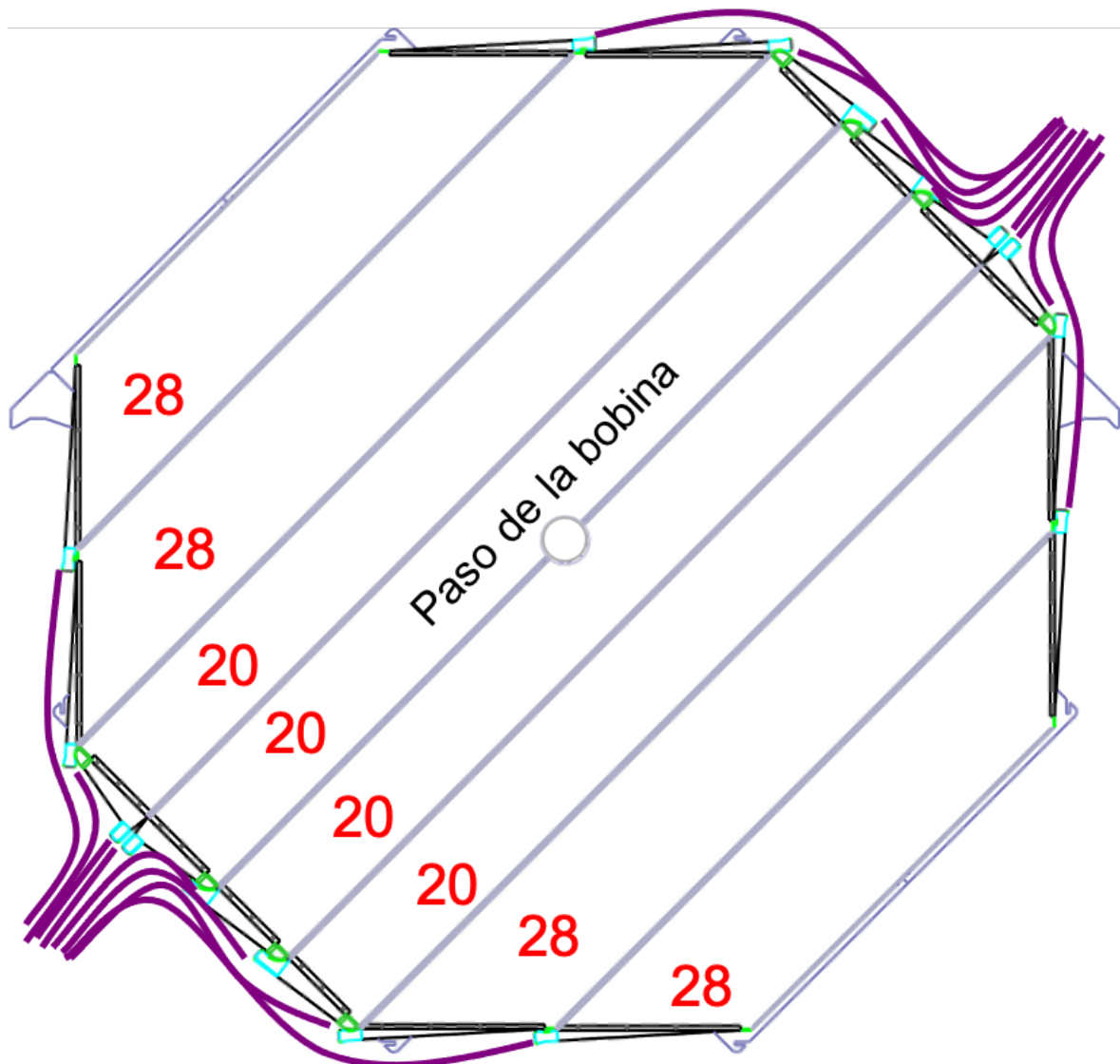


Figura 3.3: Esquema de un plano detector formado por módulos (grupo de 20 o 28 barras centelladoras).

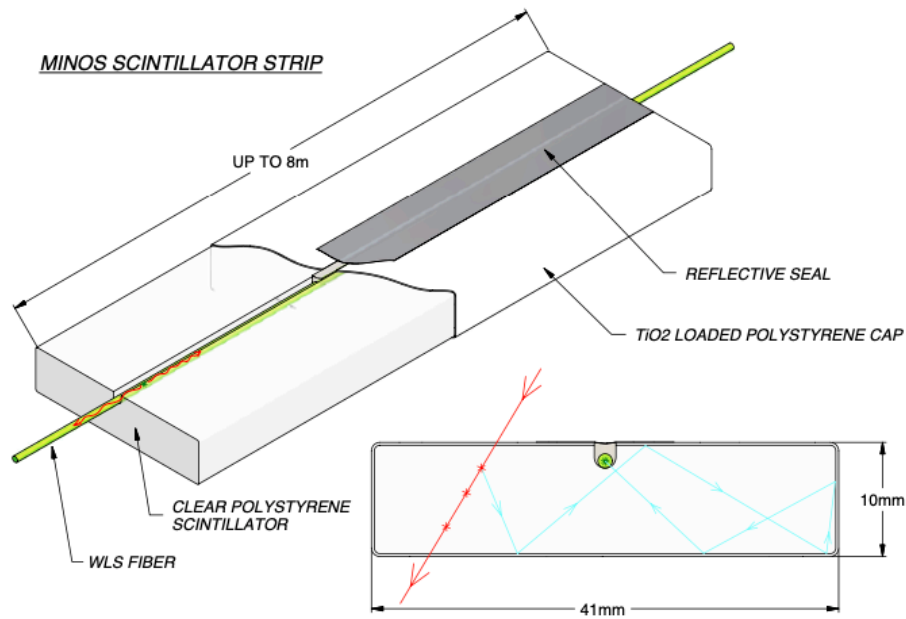
Cuando una partícula cargada atraviesa los módulos detectores, deposita energía tanto en el acero como en el plástico centellador. La energía que se deposita en el centellador se vuelve a emitir en forma de fotones UV. Estos fotones se reflejan internamente en las paredes de las barras centelladoras hasta que algunos de los fotones son absorbidos por

las fibras "desplazadora de longitud de onda" (*wavelength-shifting fiber*, WLS) insertadas a lo largo de cada una de las barras de plástico centellador. El espectro de absorción de las WLS está centrado en 420 nm (violeta) y solo se superpone ligeramente con su espectro de emisión centrado más allá de 470 nm, en la banda verde de la luz visible. Cambiar la longitud de onda de la luz incidente es un método eficaz para minimizar la autoabsorción. La Figura 3.4 muestra un diagrama de la barra de plástico centellador, una vista de corte transversal de las barras centelladoras y de las fibras WLS, y un módulo de barras centelladoras, parte de un plano detector.

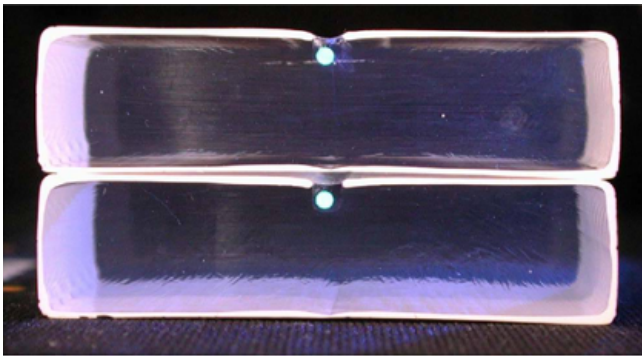
3.2 Sistema de fotodetección

Las fibras WLS se acoplan a fibras ópticas transparentes en ambos extremos de una barra y la señal luminosa recolectada es leída utilizando tubos fotomultiplicadores (PMT) multiánodos. En un PMT, la señal luminosa es convertida en una señal eléctrica a través del efecto fotoeléctrico. Aquí, el fotón es absorbido por un cátodo fotoemisor, excitándolo, para luego emitir electrones. Estos electrones iniciales se aceleran con una gran diferencia de potencial hacia un dínodo, donde se crean más electrones. Estos electrones se aceleran nuevamente de la misma manera, y el efecto en cascada continúa hasta que la señal, ahora amplificada, llega al ánodo del PMT y está lista para ser utilizada. Los PMT's usados en el MINOS FD son los multiánodos Hamamatsu R5900U-00-M16 (M16) con 16 canales de fotosensibilidad (píxeles) por PMT [20]. Los PMT's utilizan un alto voltaje para convertir una señal entrante, con un umbral de 0,3 fotoelectrones ($1 \text{ pe} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$) para una carga de $\sim 50 \text{ fC}$, con una ganancia promedio de 10^6 [21]. El uso de PMT's de 16 píxeles reduce en gran medida el número de componentes de detección. La Figura 3.5 muestra un esquema de la producción de fotoelectrones en un PMT.

Las señales de ocho barras, cada una de las cuales está separada aproximadamente 1 m dentro del mismo plano, se suman ópticamente y son leídas por un píxel de un PMT. Las fibras sumadas en cada píxel son diferentes para los dos lados del detector, lo que permite resolver ambigüedades resultantes para eventos de un solo trazo. Para eventos de muones múltiples, las ambigüedades se resuelven con un alto nivel de precisión utilizando información adicional sobre la topología del evento y del tiempo. La Figura 3.6 muestra el esquema de un módulo formado por barras de plástico centellador y fibras WLS instaladas a lo largo de estas, conectándose a los píxeles de los PMT's a través de fibras ópticas



(a)



(b)



(c)

Figura 3.4: (a) Diagrama de una barra de plástico centellador. Las barras centelladoras están hechas de poliestireno extruido de 1 cm de espesor y 4,1 cm de ancho. El poliestireno se mejora con los flúores PPO (1%) y POPOP (0,030%). Estas barras poseen una ranura central para sujetar las fibras WLS, y están recubiertas con una capa exterior de TiO_2 para la reflectividad interna [19]. (b) Corte transversal de una barra de plástico centellador. (c) Módulo de barras centelladoras que conforman un plano.

transparentes.

Una vez que la señal luminosa se ha convertido en una señal digital, se transmite a un FIFO¹ local y se almacena. Luego, la memoria es leída por el sistema de adquisición de datos (*data acquisition system*, DAQ), el cual registra la información (como el tiempo y la altura del pulso en cada barra) como datos. El DAQ y el sistema de "gatillo" (*trigger*) utilizados para

¹En computación y en teoría de sistemas, FIFO es un acrónimo de "first in, first out" (el primero en entrar es el primero en salir), y es un método para organizar la manipulación de una estructura de datos (a menudo, específicamente un "búfer" de datos) donde la entrada más antigua, o "cabeza" de la cola, es procesada primero.

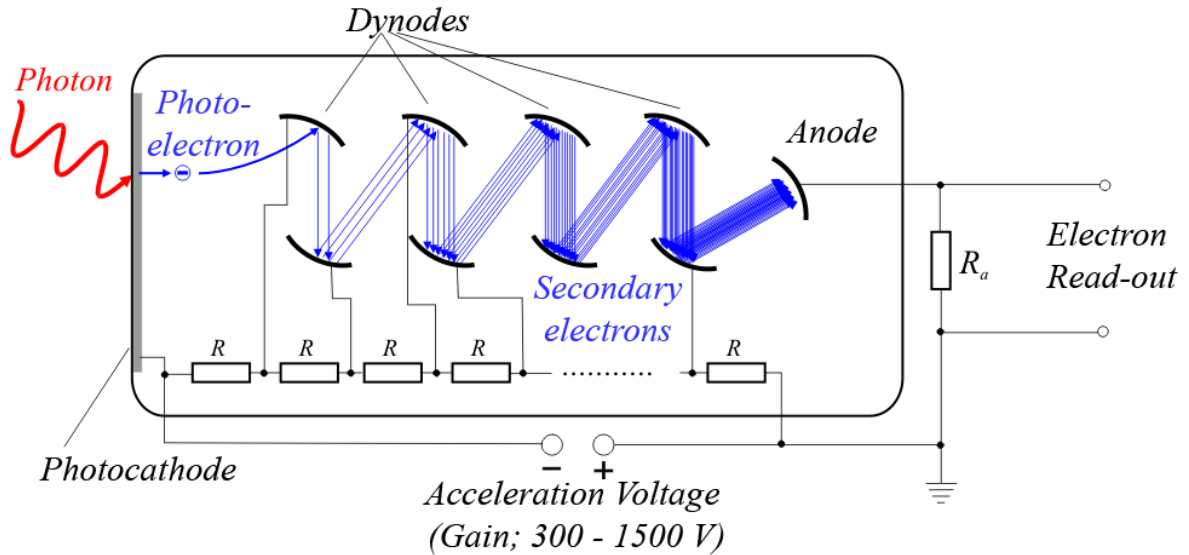


Figura 3.5: Esquema de un tubo fotomultiplicador (PMT). Figura de J. Krieger, distribuido bajo la licencia CC-BY 2.0.

recolectar los datos están descritos en la referencia [22]. El gatillo primario requirió que se observe actividad en 4 planos de 5, dentro de una ventana temporal de 156 ns.

3.3 El campo magnético del detector

Para medir el momento de los muones que atravesaban el detector, el acero fue magnetizado en una configuración de campo toroidal, el cual, debido a su forma, afectaba la aceptación de los μ^- y μ^+ que ingresan al detector como función de sus trayectorias y de la dirección del campo. En la Figura 3.7 se muestra un cálculo del campo magnético para un plano típico del MINOS FD usando un análisis de elementos finitos. Estos cálculos muestran que cada supermódulo está magnetizado con una intensidad promedio de 1,3 T debido a la corriente de 15 kA que atraviesa el orificio de la bobina a lo largo del eje z del detector.

Los cálculos también muestran que el campo magnético está saturado cerca del orificio de la bobina con una intensidad de aproximadamente 1,8 T, cayendo hasta casi 1 T cerca de los bordes, y que existen pequeñas variaciones en la intensidad del campo cerca de las esquinas y a lo largo de los espacios entre las ocho placas que componen cada plano de acero.

El campo magnético del detector fue diseñado para desviar o enfocar los muones cargados negativamente que viajaban desde la parte sur hacia el centro del detector (es decir, los μ^- resultantes de las interacciones de los ν_μ que se originan en el haz NuMI del Fermilab con el detector). Un muón era "enfocado" cuando el campo magnético lo dirigía hacia el

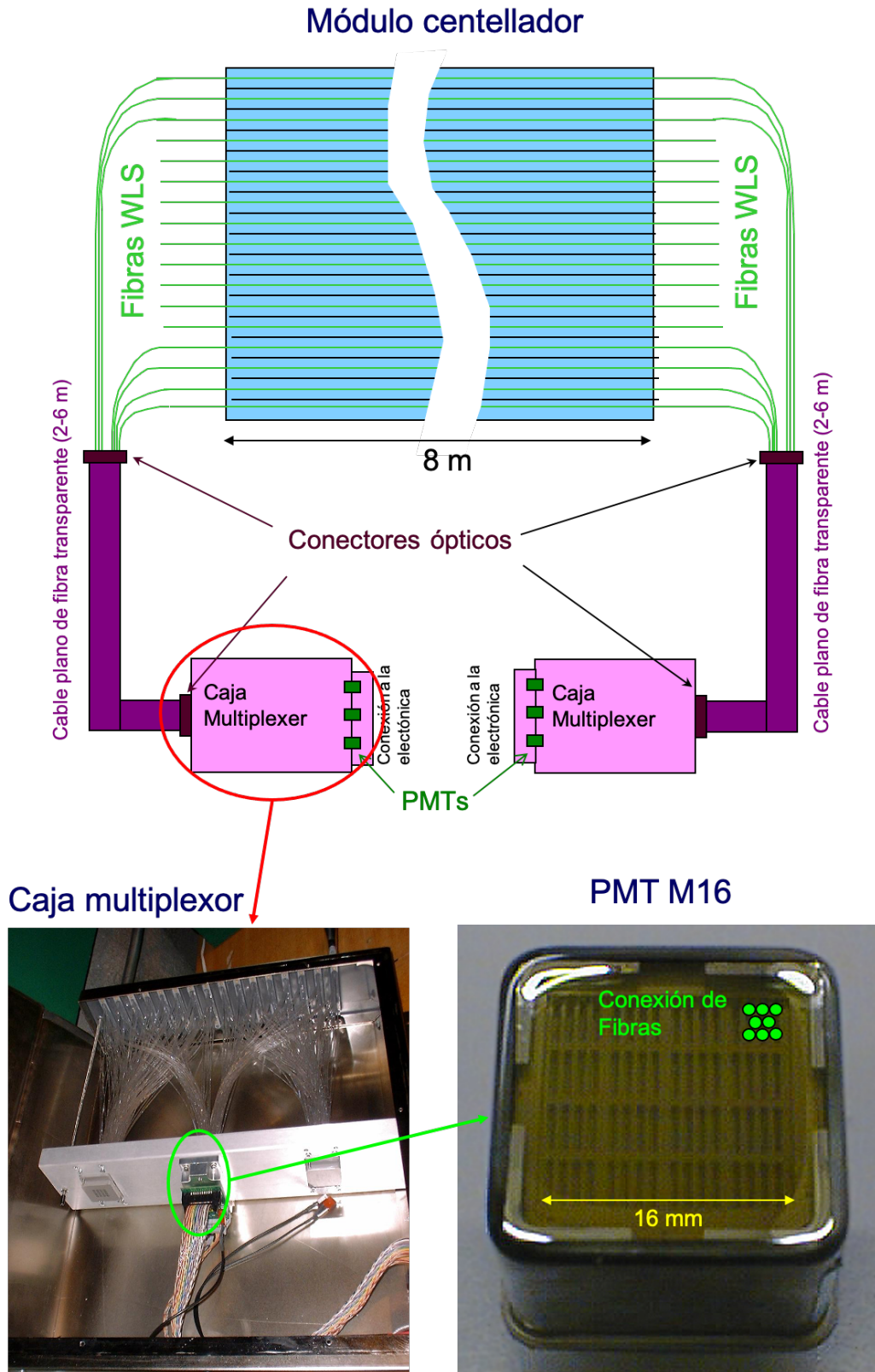


Figura 3.6: Esquema del camino que sigue la luz, desde su producción por la interacción de partículas en una barra centelladora, hasta que llega a los PMT's. La luz emitida es recolectada por fibras WLS y transportada hacia los PMT's usando fibras ópticas transparentes.

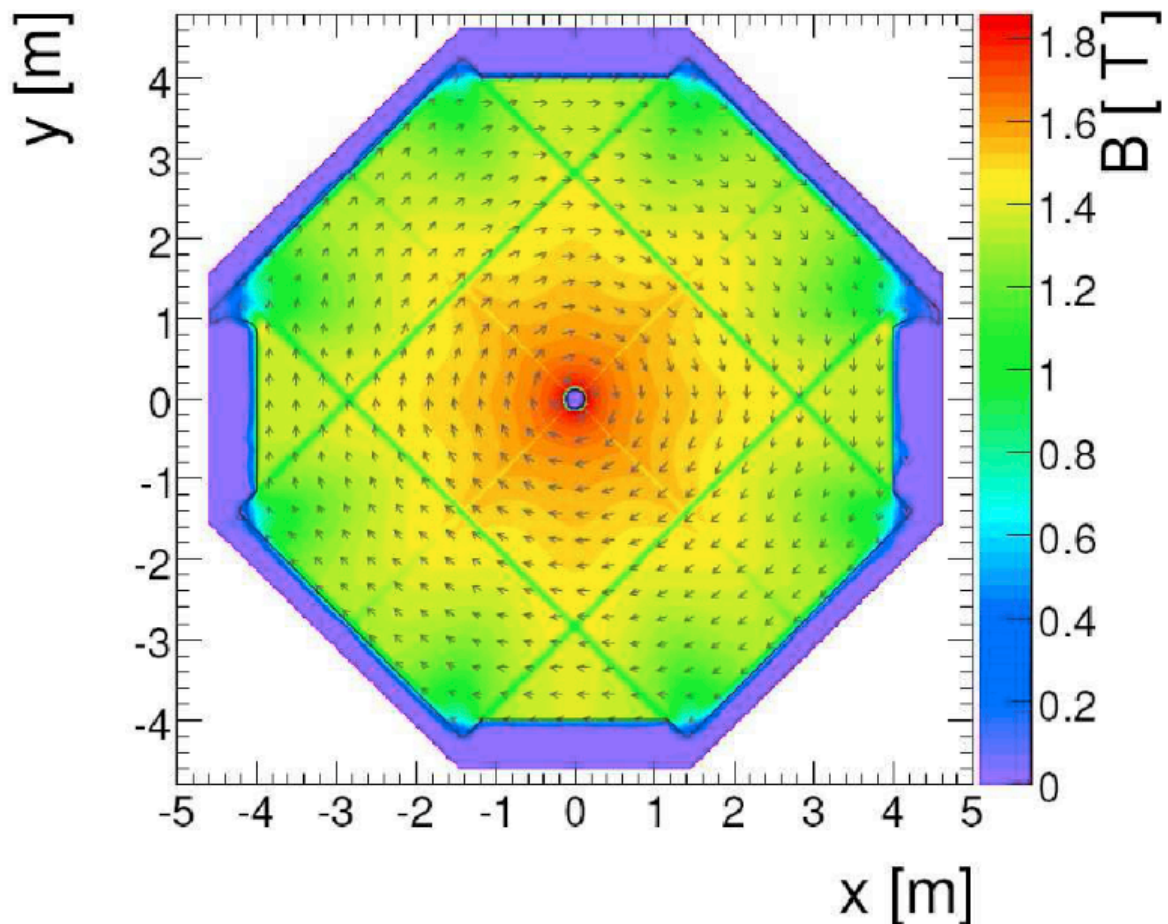


Figura 3.7: Modelo de análisis de elementos finitos para el campo magnético toroidal en un plano de acero del MINOS FD. El sistema de coordenadas para el mapa de campo se muestra en la Figura 3.2. En este mapa, el plano del detector se ve desde el norte del detector.

centro del detector y se “desenfocaba” cuando lo alejaba del centro. Estos efectos eran más evidentes para los muones con trayectorias paralelas al eje z del detector.

En una orientación de campo denominada configuración de “campo directo” (*forward field*, FF), los μ^- que ingresaban al detector desde el sur y los μ^+ que ingresan desde el norte se enfocaban hacia el centro del detector, mientras que los muones en las combinaciones opuestas de signo de carga y trayectoria eran desenfocados. Esta fue la configuración pre-determinada del MINOS FD para la toma de datos, cuando operaba el intenso haz de neutrinos producido por la inyector principal (“NuMI”) de Fermilab. El MINOS FD tenía también una segunda orientación de campo denominada configuración de “campo inverso” (*reverse field*, RF), en la que la corriente de la bobina fue invertida y los μ^+ entrantes desde del sur se enfocaban en el detector. Estos efectos de enfoque y desenfoco eran más importantes en los bordes del volumen de aceptación del detector y, como resultado, la razón de carga para

los muones con trayectorias entrantes en los bordes del volumen de aceptación aumentaba o se suprimía, dependiendo de la carga y dirección de entrada de los muones.

3.4 Escudo de veto de rayos cósmicos

El MINOS FD también poseía un “escudo” denominado *veto* localizado en la parte superior del detector (perpendicular a los planos de este) y construido con el mismo material centellador utilizado en el detector, diferenciándose de los planos del detector solo en su orientación y en el hecho de que no tenía la misma estructura de acero. Si bien el escudo de veto fue implementado para eliminar los eventos de rayos cósmicos que contaminaban (*background*) los datos producidos por el haz de neutrinos, también agregaba un criterio de selección para el estudio de los rayos cósmicos incidentes, pues este podía identificar positivamente un muón descendente que entró a los planos del detector. Cualquier muón que atravesaba el escudo de veto había entrado en el detector atravesando la menor cantidad de roca de sobrecapa, o sea, estos muones eran aquellos con la menor energía que el MINOS FD podía aceptar. La Figura 3.8 muestra un esquema del escudo de veto.

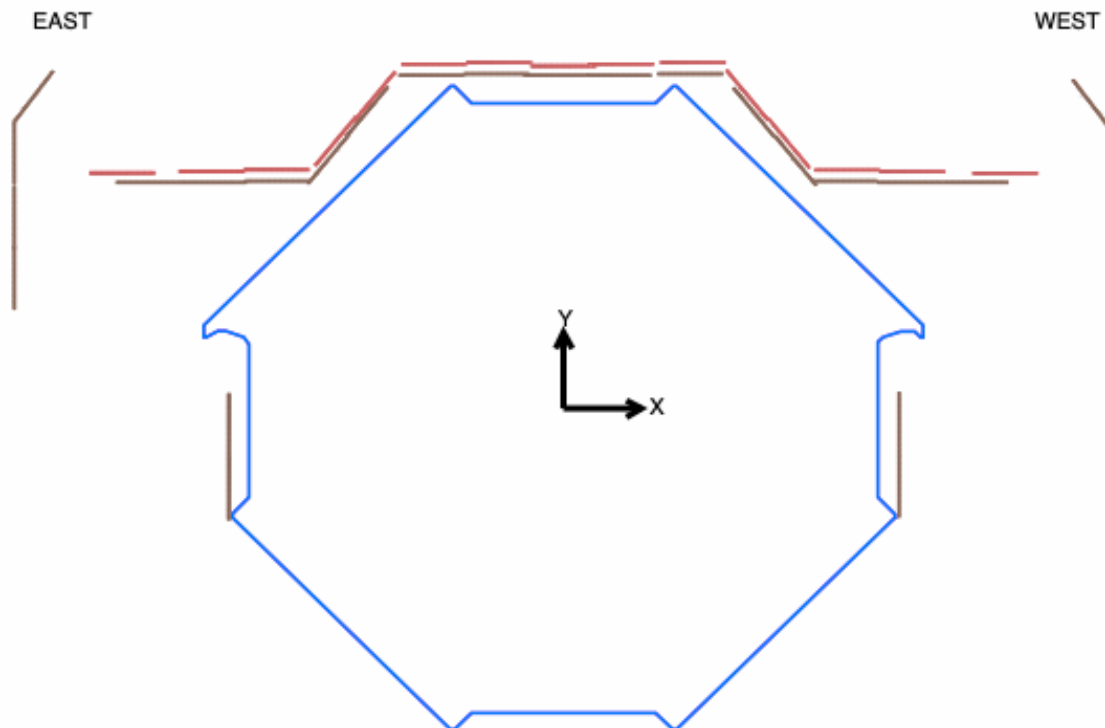


Figura 3.8: Efecto del campo magnético sobre una partícula cargada dentro del detector. Se observa que la trayectoria de la partícula es curvada por causa del campo magnético.

La Figura 3.9 muestra un muón cósmico entrando al detector (se ven señales en el escudo de veto) y el efecto del campo magnético sobre esta.

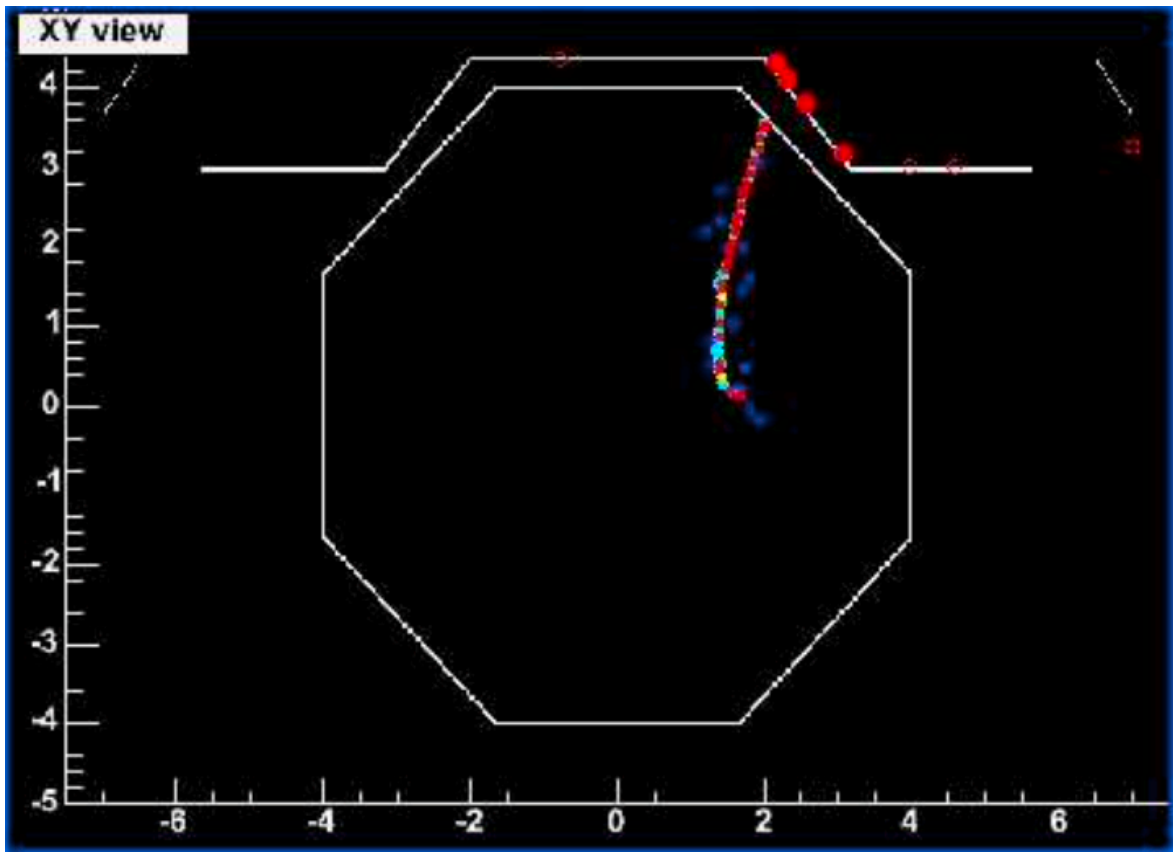


Figura 3.9: Efecto del campo magnético sobre una partícula cargada dentro del detector. Se observa que la trayectoria del muón cósmico es curvada por causa del campo magnético después de producir señales luminosas en el escudo del veto.

Información más detallada sobre los diferentes sistemas del detector puede encontrarse en la referencia [23].

3.5 Reconstrucción de los trazos de muones en el MINOS FD

El programa de reconstrucción del MINOS FD usa la información de la interacción de los muones con el plástico centellador para formar trazos, y utiliza un procedimiento de filtro de Kalman [24] para ajustar sus trayectorias. El filtro de Kalman realiza una serie de manipulaciones de matrices recursivas para determinar la trayectoria de la partícula, así como para determinar la razón entre su carga y su momento lineal, q/p . También proporciona una incertidumbre, $\sigma(q/p)$, para el valor medido de q/p . Mientras que los trazos de muones individuales son determinados con alta eficiencia, el programa de reconstrucción no ha sido ajustado para eventos de muones múltiples. Las técnicas para lograr la separación de carga para muones reconstruidos se describen en el siguiente capítulo, y las eficiencias para la reconstrucción de trazos y la separación de carga son calculados en el Capítulo V.

Un parámetro importante del presente análisis es el “máximo momento detectable” (*maximum detectable momentum*, MDM), el cual está definido como el momento para el cual un trazo real casi recto tendrá una curvatura medida (determinada a partir de un ajuste de los puntos a lo largo del trazo) que está dentro una desviación estándar de cero. El MDM es simplemente el recíproco del error de la medición de la curvatura (cuando la curvatura se expresa en $(\text{GeV}/c)^{-1}$). Esta definición significa que, si las curvaturas medidas tuvieran una distribución gaussiana, un trazo cuyo momento medido es igual al MDM tendrá un 68 % de probabilidad de tener el signo de carga correcto y un 68 % de probabilidad de tener un impulso mayor que $\text{MDM}/2$. Debido al efecto de “partícula principal” mencionado en el Capítulo I, lo más probable es que el exceso de carga positiva sea llevado por el muón de mayor energía, que para un evento de muones múltiples, es con frecuencia el menos probable de tener la carga bien medida. En el MINOS FD, el MDM es aproximadamente sólo una función del ángulo con respecto al eje del detector y de la distancia más próxima a la bobina del imán (llamado “parámetro de impacto”), que puede variar de cero a cuatro metros [25].

Para valores favorables de estos dos parámetros, el MDM alcanza los 470 GeV, pero puede ser tan bajo como 15 GeV para otros ángulos y parámetros de impacto. El requisito de “ 3σ ” en la medición de la curvatura de los trazos usado en este análisis (y que será detallado en el siguiente capítulo), conduce a una medición de la carga para sólo una pequeña fracción de muones individuales y eventos de muones múltiples en el MINOS FD [8]. Para un trazo que está a 20° del cenit, el MDM varía de 220 GeV para un trazo con un parámetro de impacto de 0,5 m, y que en su mayoría es perpendicular al campo magnético, hasta 17 GeV, para un trazo con un parámetro de impacto de 3,5 m, y que en su mayoría es paralelo al campo magnético.

CAPÍTULO IV: MUESTRA DE MUONES MÚLTIPLES

La muestra de muones múltiples que se usó para este análisis, se recolectó entre agosto del 2003 y abril del 2012. Durante el período de toma de datos, el detector funcionó 80,97 % del tiempo en la configuración de campo directo (FF) y 19,03 % del tiempo en la configuración de campo inverso (RF).

4.1 Selección de Eventos

Los criterios de selección se eligen para garantizar la buena calidad de los datos, esto es, para filtrar eventos de muones múltiples bien reconstruidos y para separar los muones en función de su carga. Una etapa de pre-selección inicial de la selección de eventos tiene como objetivo identificar y eliminar períodos de datos asociados con problemas de hardware del detector [26]. La mayoría de los “cortes” (criterios) usados para seleccionar la muestra de este análisis son similares a los usados en análisis previos de muones detectados por el MINOS FD [6, 8].

Para un evento de muones múltiples, el conjunto de muones que lo componen (con energías del orden de GeV's) debe ser altamente paralelo, esto es, los trazos reconstruidos de al menos dos muones deben tener una separación angular de menos de 5° . Si al menos dos trazos en un evento satisfacen este corte, todos los muones en ese evento serán considerados para el cálculo de la razón de carga. Este corte asegura que al menos dos trazos estén correlacionados.

Cada trazo en un evento de muones múltiples fue reconstruido “apuntando” hacia abajo, según el tiempo de detección en el centellador. También se requirió que los trazos debían cruzar por lo menos 20 planos en el detector, y que estos deberían tener una longitud de trayectoria mínima de 2 m, con el punto de entrada a menos de 50 cm de la superficie exterior del detector y a más de 50 cm del eje central (denominado corte de “volumen fiduciario”¹). Para garantizar la calidad de la reconstrucción del trazo, se requirió que el parámetro “chi cuadrado reducido” (asociado con la calidad del ajuste) devuelta por el procedimiento del filtro de Kalman [24] sea $\chi^2/ndf < 2$.

Los cortes de selección mencionados son similares a los utilizados en análisis anteriores de la razón de carga de muones individuales realizados usando datos de los detectores

¹El “volumen fiduciario” es una región en el detector en el que se aceptará un número específico de eventos (típicamente el 90 %), y que es menor que el volumen total del detector.

“Near y Far” de MINOS [6, 8]. Finalmente, la multiplicidad M de un evento se definió como el número de trazos que satisfacen los mencionados cortes.

4.1.1 Cortes de calidad en la determinación del signo de la carga

El método para identificar trazos con carga bien determinada es el mismo que se utiliza en el análisis de la razón de carga de muones individuales de MINOS [8]. Este procedimiento de identificación de carga solo selecciona una pequeña fracción de los trazos, ya que muchos muones no curvan su trayectoria notablemente en el campo magnético del MINOS FD, lo cual impide determinar su carga. En este análisis, la razón de carga está definida para todos los trazos cuya carga ha sido bien identificada. Si más de un trazo en un evento de muones múltiples tiene una carga bien medida, cada uno de estos trazos es incluido en el cálculo de la razón R_μ . El 91,6% de los eventos en la muestra completa de muones múltiples satisfacen este criterio.

Se utilizaron dos variables de selección para aumentar el grado de confianza en la curvatura asignada y en el signo de la carga de los trazos. La primera variable usa los resultados de la técnica de filtro de Kalman [24] utilizada en el ajuste de la curvatura del trazo. Esta técnica involucra una serie de manipulaciones de matrices de forma recursiva que especifican la trayectoria de la partícula así como la razón entre su carga y su momento (q/p). La técnica también provee una incertidumbre, $\sigma(q/p)$, en la medición del valor (q/p). La cantidad $(q/p)/\sigma(q/p)$, denominada “significancia de la curvatura”, se puede considerar como la significancia con la que se puede rechazar el ajuste a una “línea recta” de un trazo, usando el patrón de curvatura que se espera dado el campo magnético.

La segunda variable de selección, BdL , se define como

$$BdL \equiv \int_{\text{ent}}^{\text{sal}} |\vec{B}(r) \times \vec{n}| dL, \quad (4.1)$$

donde $|\vec{B}(r) \times \vec{n}|$ es la componente del campo magnético perpendicular a la dirección \vec{n} del trazo en un punto dado a lo largo de la trayectoria, r es la distancia desde el eje central del detector, dL es el elemento de longitud de trayectoria diferencial a lo largo de la trayectoria en el campo magnético, y la integral va desde el punto en el que el muón entra en el detector hasta el punto en el que sale del detector o se detiene en el detector. La variable BdL cuantifica la magnitud de la curvatura debido al campo magnético.

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran la razón de carga de muones múltiples como función

de la significancia de la curvatura $(q/p)/\sigma(q/p)$ y de BdL respectivamente, para datos tomados en ambas orientaciones de campo magnético, así como la media geométrica (GM) calculada a partir de ambos conjuntos de datos. La razón de carga calculada para los datos recolectados en una sola orientación de campo magnético se define como la razón entre muones positivos y muones negativos recolectados únicamente en esa orientación. Las figuras ilustran las diferencias sistemáticas en las mediciones de la razón de carga entre los datos tomados con campo magnético directo (FF) e inverso (RF). Estas diferencias provienen de los efectos de aceptación debido al campo magnético, a la asimetría del detector y a los errores de alineamiento del detector. Para eliminar estos sesgos, los datos tomados en las dos orientaciones de campo magnético se combinan calculando una media geométrica (GM) entre los dos conjuntos de datos (en las figuras se observa que los sesgos significativos en la razón de carga obtenida usando datos tomados en una única orientación de campo se suprimen fuertemente cuando se calcula la media geométrica). Más detalles sobre este procedimiento son descritos en el Capítulo VI.

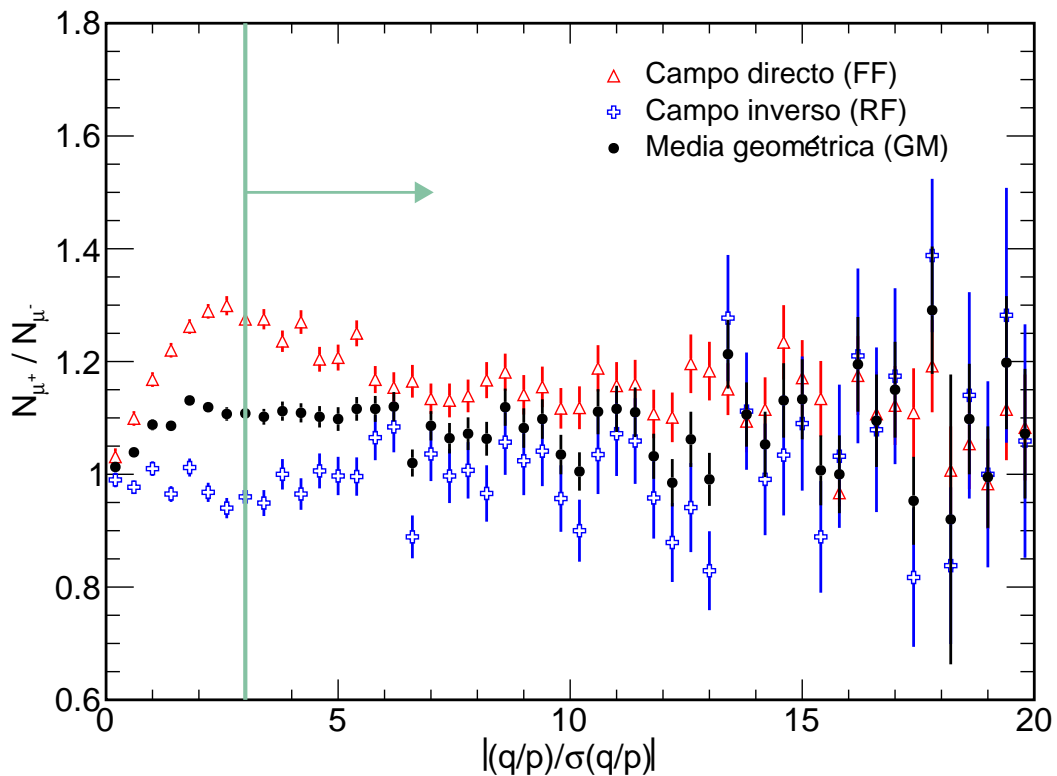


Figura 4.1: Razón de carga para trazos de muones múltiples en función de la significancia de la curvatura $(q/p)/\sigma(q/p)$ después de aplicar todos los cortes de selección y requiriendo que $BdL > 5$ T·m. La línea vertical indica el valor mínimo de esta variable utilizado en la medición de la razón de carga. Los círculos negros representan la razón de carga calculada como la media geométrica entre los datos tomados en las configuraciones de campo directo (triángulos) e inverso (cruces).

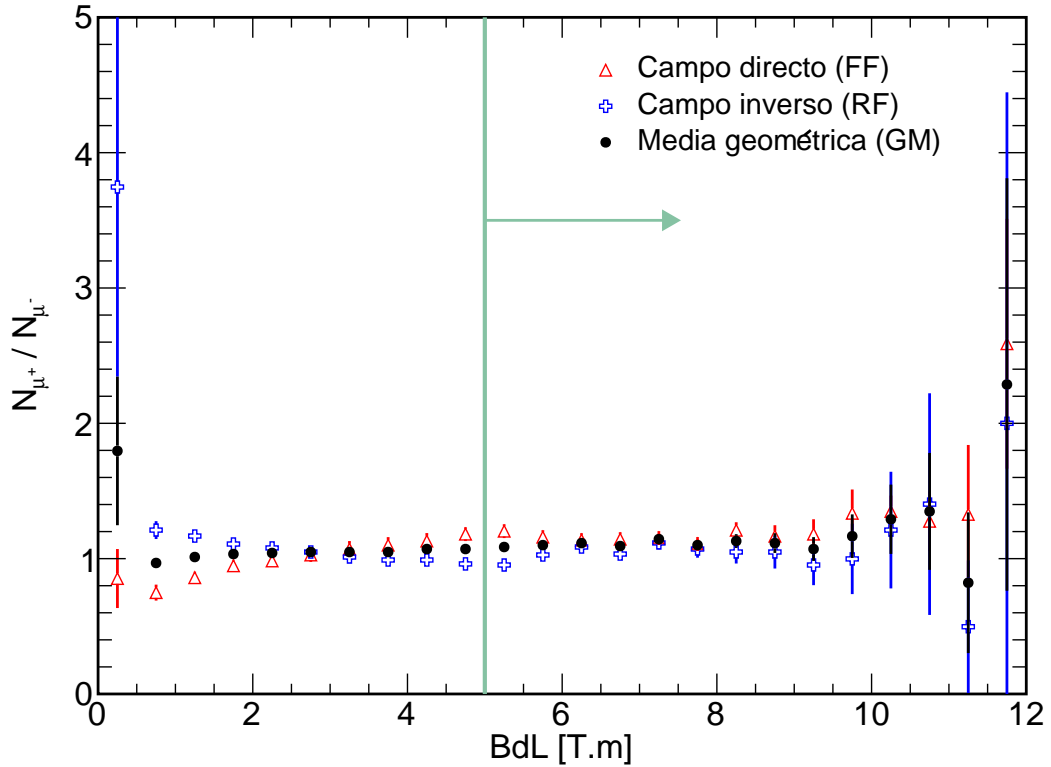


Figura 4.2: Razón de carga para trazos de muones múltiples en función de BdL después de aplicar todos los cortes de selección y requiriendo que $(q/p)/\sigma(q/p) > 3$. La línea vertical es el valor mínimo de esta variable utilizado en la selección de calidad de señal de carga. Los círculos negros representan la razón de carga calculada como la media geométrica entre los datos tomados en las configuraciones de campo directo (triángulos) e inverso (cruces).

Los eventos con valores bajos de significancia de la curvatura suelen ser trazos de momento lineal alto ($p > 100$ GeV/c) que no se curvan significativamente mientras atraviesan el MINOS FD. Para tales trazos, el signo de la carga determinado por el programa de “ajuste” se vuelve menos confiable. Como en estos casos la significancia de la curvatura tiende a cero, entonces el programa de “ajuste” elige los dos signos de carga con aproximadamente la misma probabilidad y, como se puede ver en la Figura 4.1, la razón de carga medida (GM) tiende a la unidad. Se exige que sólo los trazos con $|(q/p)/\sigma(q/p)| > 3$ sean utilizados en el análisis, pues por encima de este valor, la razón de carga tiende a ser asintóticamente plana. En los datos de muones individuales, se eligió este corte para que la “impureza” (esto es, la reconstrucción incorrecta de la carga) estuviera a un nivel menor al 1%. La impureza en la muestra de muones múltiples se discutirá en el Capítulo V referente a la simulación de Monte Carlo usada en el análisis.

También, para este análisis se requirió que $BdL > 5$ T·m. Para valores bajos de BdL , la curvatura de los trazos debido a la dispersión múltiple es comparable con la curvatura

producida por el campo magnético y la razón de carga medida (GM) se aproxima a la unidad, tal como se esperaría en el caso de la determinación aleatoria de carga. El corte BdL fue elegido en la referencia [8] como el valor por encima del cual la identificación errónea de carga se vuelve insignificante². Para más detalles sobre los cortes descritos ver la referencia [27].

La Tabla 4.1 resume el número de trazos de muones que pasaron cada uno de los cortes de selección. La muestra final seleccionada se usó luego en el cálculo de la razón de carga de muones múltiples descrita en el Capítulo VI. La Figura 4.3 muestra algunas distribuciones de variables después de haber sido aplicado los cortes de selección.

Tabla 4.1: Resumen de los cortes aplicados. Cada fila muestra el número total de muones en ambas configuraciones de campo magnético que quedan después de aplicar cada corte sucesivo a los datos. Los números entre paréntesis muestran el porcentaje de muones remanentes.

Cortes	Número de muones remanentes	
Trazos pre-seleccionados	$8,35 \times 10^6$	(100%)
Cortes para el análisis de los trazos		
Trazos paralelos ($< 5^\circ$)	$7,31 \times 10^6$	(87,5%)
20 planos	$5,88 \times 10^6$	(70,5%)
Longitud 2 m para el trazo	$5,87 \times 10^6$	(70,3%)
Trazos en la dirección de arriba hacia abajo	$5,86 \times 10^6$	(70,2%)
Volumen fiducial	$5,75 \times 10^6$	(68,9%)
Calidad del "ajuste": $\chi^2/ndf < 2$	$5,17 \times 10^6$	(61,9%)
Cortes en la calidad del signo de la carga		
$ (q/p)/\sigma(q/p) > 3$	$1,08 \times 10^6$	(13,0%)
$BdL > 5 \text{ T}\cdot\text{m}$	$3,12 \times 10^5$	(3,7%)

²En la referencia [8], la longitud se definió como la longitud total del trazo. En la referencia [6] y en este documento, se utiliza la longitud del trazo a través del acero magnetizado. El corte se ajustó proporcionalmente.

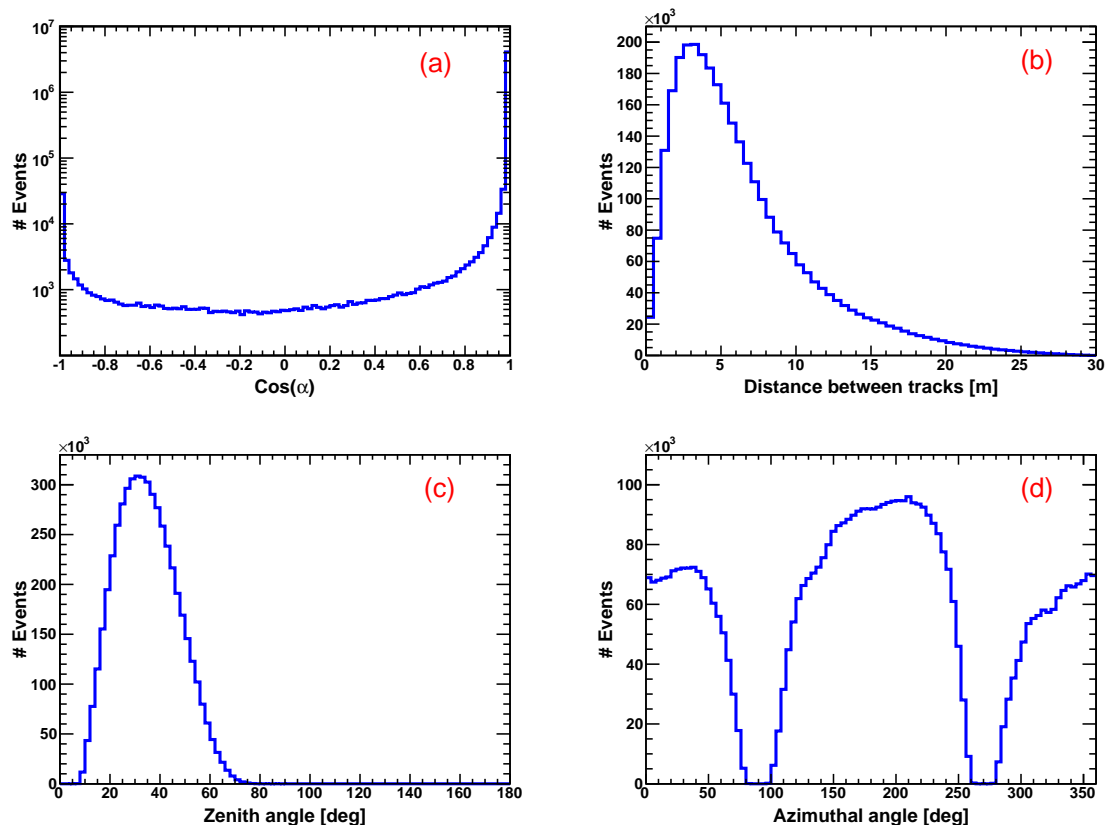


Figura 4.3: Distribuciones de variables después de aplicados los cortes de selección: (a) Coseno del ángulo entre trazos, (b) Distancia entre trazos, (c) Ángulo cenital de los trazos, (d) Ángulo azimutal de los trazos.

CAPÍTULO V: ESTUDIO DE SIMULACIÓN DE MUONES ATMOSFÉRICOS

Para estudiar la eficiencia de los cortes mostrados en la Tabla 4.1, fue necesario realizar estudios de simulaciones de Monte Carlo (MC). Para esto, se tuvo que “construir” dos muestras de MC distintas de muones múltiples atmosféricos: una muestra para evaluar la eficiencia de reconstrucción de las trayectorias de muones múltiples y otra muestra para evaluar la eficiencia en la identificación de la carga.

5.1 Cadena de Simulación de eventos de Muones Múltiples

Dado que los programas de simulación estándar de rayos cósmicos no incluyen la generación de eventos de muones múltiples, la cadena de simulación comenzó con la generación de muestras de muones atmosféricos individuales, los cuales a su vez fueron usados para crear las muestras de eventos de muones múltiples. Posteriormente, estas muestras de muones múltiples son usadas como entrada para la simulación de la respuesta del MINOS FD, para finalmente, reconstruir los muones detectados usando los mismos programas de reconstrucción que se usó sobre los datos. A continuación se describe con detalle la cadena de simulación mencionada.

5.1.1 CORSIKA (COsmic Ray SIMulations for KASCADE)

Para obtener la muestra inicial de muones simulados a partir de los cuales se “construyeron” los eventos de muones múltiples usados en el análisis, se utilizó el programa de simulación de Monte Carlo CORSIKA [28], el cual permite estudiar la evolución de las cascadas de partículas aéreas extensas (“extensive air cascades”, EAS) producidas en la atmósfera, cuando rayos cósmicos primarios (fotones, protones, núcleos atómicos u otras partículas, todas de origen extraterrestre) impactan en los núcleos de los átomos de la atmósfera. Este programa fue originalmente desarrollado para realizar simulaciones para el experimento KASCADE [29, 30] en Karlsruhe (Alemania), sin embargo, en los últimos años, se ha perfeccionado y se ha convertido en una herramienta estándar utilizada por la comunidad de “rayos cósmicos” en el mundo. Sus aplicaciones van desde experimentos con telescopios Cherenkov (con energías $E_0 \approx 10^{12}$ eV) hasta el estudio de las más altas energías observadas ($E_0 > 10^{20}$ eV).

El desarrollo de CORSIKA está guiado no sólo por la idea de predecir los valores promedio correctos de los observables, sino también el de reproducir las fluctuaciones correctas

alrededor de los valores promedio. Por lo tanto, cuando disponibles, se incluyen todos los procesos conocidos que podrían tener una influencia notable en las cantidades observables de los EAS, para producir un programa de referencia que trate todos los procesos según el estado actual del conocimiento. Esto se refiere al transporte de partículas a través de la atmósfera, así como a sus interacciones con el aire como blanco. Todas las partículas secundarias se rastrean explícitamente a lo largo de sus trayectorias y sus parámetros se almacenan cuando alcanzan el nivel de observación, lo cual permite un análisis detallado de todas las características de las cascadas de partículas simuladas.

Antes de comenzar con los cálculos, CORSIKA permite elegir una variedad de parámetros para controlar la simulación. El tipo de partícula primaria tiene que ser definido, y su energía puede ser preseleccionada o seleccionada al azar en un rango particular de energía con una dada pendiente del espectro de energía (Figura 2.2). Esto permite una simulación realista de la caída abrupta de la tasa de las cascadas con el aumento de la energía. Por otro lado, el ángulo primario de incidencia puede definirse en un valor fijo o elegirse al azar dentro de un rango angular de manera que proporcione la intensidad observada experimentalmente de un flujo idéntico de partículas proveniente desde todas las direcciones del cielo que penetran a través de un área detectora horizontal [31]. También, los parámetros atmosféricos se pueden seleccionar para estudiar la influencia de las estaciones. Se pueden definir hasta 10 niveles de observación y registrar la información sobre todas las partículas que penetran en estos niveles, siempre que la energía exceda un límite especificado para hadrones, muones, electrones o fotones por separado. Varios “interruptores” seleccionan y controlan los modelos de interacción hadrónica a altas energías y las respectivas secciones transversales, así como selecciona el modelo de interacción hadrónica de baja energía.

Para el presente análisis se generaron varias “corridas” (simulaciones) conteniendo 10 millones de cascadas de partículas producidas a partir de la interacción de protones (rayo cósmico primario) con la atmósfera, con energías en el rango de 4 a 440 TeV's y con una variación angular de incidencia de 0° a 70° . Para cada corrida se seleccionaron “semillas” (números de entrada iniciales) diferentes. La Figura 5.1 muestra un ejemplo de los parámetros iniciales usados como entrada para las simulaciones del presente análisis. Para más detalle sobre el significado de cada uno de los parámetros mostrados en la lista ver la “Guía de usuario” del CORSIKA [32].

Como resultado de esta etapa se obtuvieron varios archivos conteniendo información

RUNNR	2	run number
EVTNR	1	number of first shower event
NSHOW	10000000	number of showers to generate
PRMPAR	14	particle type of prim. particle
ESLOPE	-2.7	slope of primary energy spectrum
ERANGE	4000 440000	energy range of primary (GeV)
THETAP	0. 70.	range of zenith angle (degree)
PHIP	-180. 180.	range of azimuth angle (degree)
SEED	1 0 0	seed for 1. random number sequence
SEED	3 0 0	seed for 2. random number sequence
QGSJET	T 0	QGSJET fo high energy & debug level
QGS SIG	T	QGSJET cross-sections enable
OBSLEV	503E2	observation level (in cm)
MAGNET	15.745 54.939	Far Detector's mag. field - Bx & Bz (27/04/2010)
HADFLG	0 0 0 0 0 2	flags hadr.interact.&fragmentation
ECUTS	700. 700. 700. 700.	energy cuts for particles
MUADDI	T	additional info for muons
MUMULT	T	muon multiple scattering angle
ELMFLG	T T	em. interaction flags (NKG,EGS)
STEPFC	1.0	mult. scattering step length fact.
RADNKG	200.E2	outer radius for NKG lat.dens.distr.
ARRANG	0	rotation of array to north
ATMOD	1	U.S. standard atmosphere (1-Linsley; 22-Keilhauer)
LONGI	T 20. T F	longit.distr. & step size & fit & out
ECTMAP	1.E2	cut on gamma factor for printout
MAXPRT	100	max. number of printed events
DIRECT	./	output directory
DATBAS	F	write .dbase file
USER	stognini	user
DEBUG	F 6 F 1000000	debug flag and log.unit for out
EXIT		terminates input

Figura 5.1: Parámetros de entrada para la simulación de cascadas de partículas con CORSIKA.

detallada de los muones individuales que llegaban al detector, como vértices, momento, y energía en el punto de observación, entre otros.

5.1.2 Simulación de eventos de Muones Múltiples

El siguiente paso en la cadena de simulación es la “construcción” de la muestra MC de muones múltiples. Para esto, las posiciones de los vértices y los cosenos directores obtenidos de una gran muestra de datos reales de muones cósmicos junto con información sobre el momento lineal de muones generados con CORSIKA, fueron usados como base para generar los eventos de muones múltiples que van a interactuar con el MINOS FD.

A partir de las distribuciones de los vértices de eventos reales detectados por el MINOS FD, que se muestran en las Figuras 5.2(a)-(c), se seleccionó aleatoriamente las posiciones de los vértices (vtx_x, vtx_y, vtx_z) que fueron asignados a cada trazo en un evento de muones múltiples.

Para determinar el momento lineal para el primer muón simulado en un evento de muones múltiples, se seleccionó un conjunto de cosenos directores (p_i/P) a partir de las distribuciones de datos del MINOS FD (Figuras 5.2(d) - (f)), el cual se combinó con un valor de momento lineal elegido aleatoriamente de la distribución de momento dada por CORSIKA

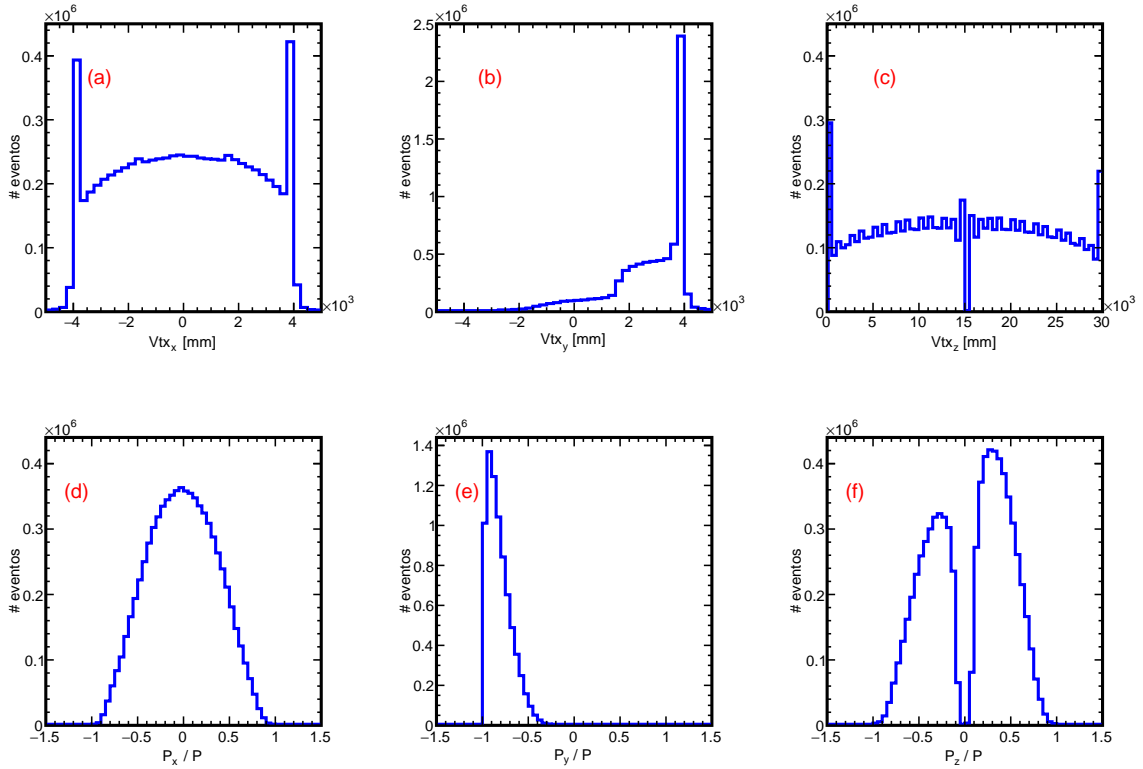


Figura 5.2: Distribuciones de vértices (a)-(c) y cosenos directores (d)-(f) de los datos de muones múltiples recolectados por el MINOS FD.

(Figura 5.3(a)), de acuerdo a la ecuación (5.1)

$$(p_i)_{MC} = \left(\frac{p_i}{P}\right)_{data} \times P_{CORSIKA}; \quad p_i = \{p_x, p_y, p_z\}. \quad (5.1)$$

Las distribuciones de las componentes del momento lineal resultante son mostradas en las Figuras 5.3(b)-(d).

Una vez que se eligieron la posición del vértice y la dirección para el muón principal del evento, se eligieron los vértices para los muones extras en el evento de muones múltiples de forma similar a como se procedió para el muón principal (usando las distribuciones de la Figura 5.2(a)-(c)). Las componentes del momento lineal para estos muones extras se obtuvieron variando la dirección del muón principal en $\pm 10\%$ y combinándolos con los valores de momento obtenidos de CORSIKA (según la ecuación 5.1). Nuevamente se requirió que la separación angular entre los trazos de los muones extras y el trazo del muón principal fuera $< 5^\circ$. Este proceso continuó hasta que todos los trazos en un evento de muones múltiples cumplieron con el criterio angular.

Debe notarse que el procedimiento mencionado no asegura que todos los trazos pasen

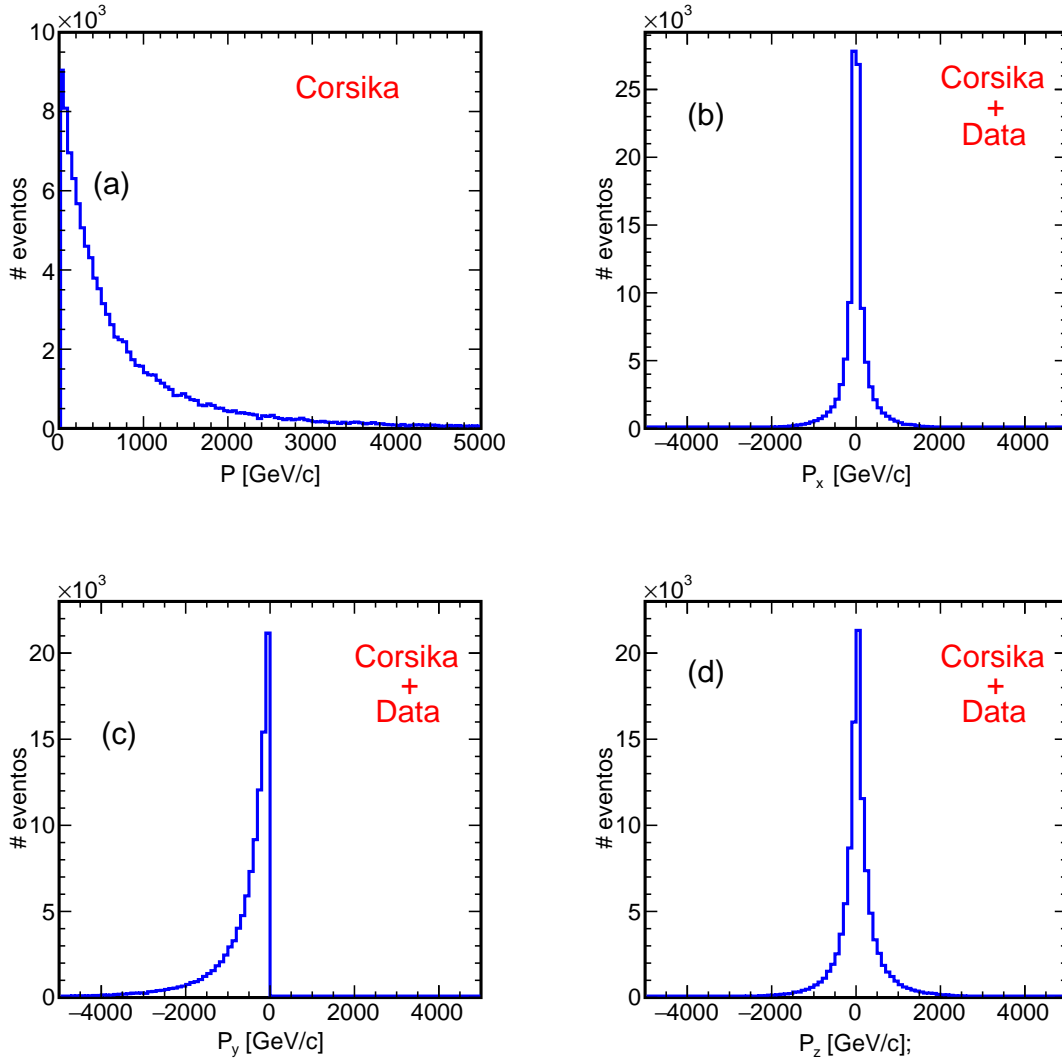


Figura 5.3: (a) Distribución de momento lineal dado por CORSIKA, (b)-(d) Distribuciones de las componentes del momento lineal (generadas combinando información real y simulada).

por el detector, por lo que fue necesario aplicar un algoritmo que obligue a los trazos a entrar en el MINOS FD. La Figura 5.4 muestra un esquema del algoritmo usado.

Dada una posición de vértice (\vec{v}_0) y un momento lineal (\vec{p}_0) para un trazo, el algoritmo proyecta la dirección de este trazo dentro del detector usando la ecuación de una línea recta:

$$\vec{r} = \vec{v}_0 + \lambda \vec{p}_0 \quad (5.2)$$

siendo \vec{r} la posición de un punto a lo largo de la línea medido a partir del origen de coordenadas mostrado en la Figura 5.4, y λ un factor de escala. Se requirió que la proyección del trazo tuviese una longitud mínima de 2 m en el interior del detector.

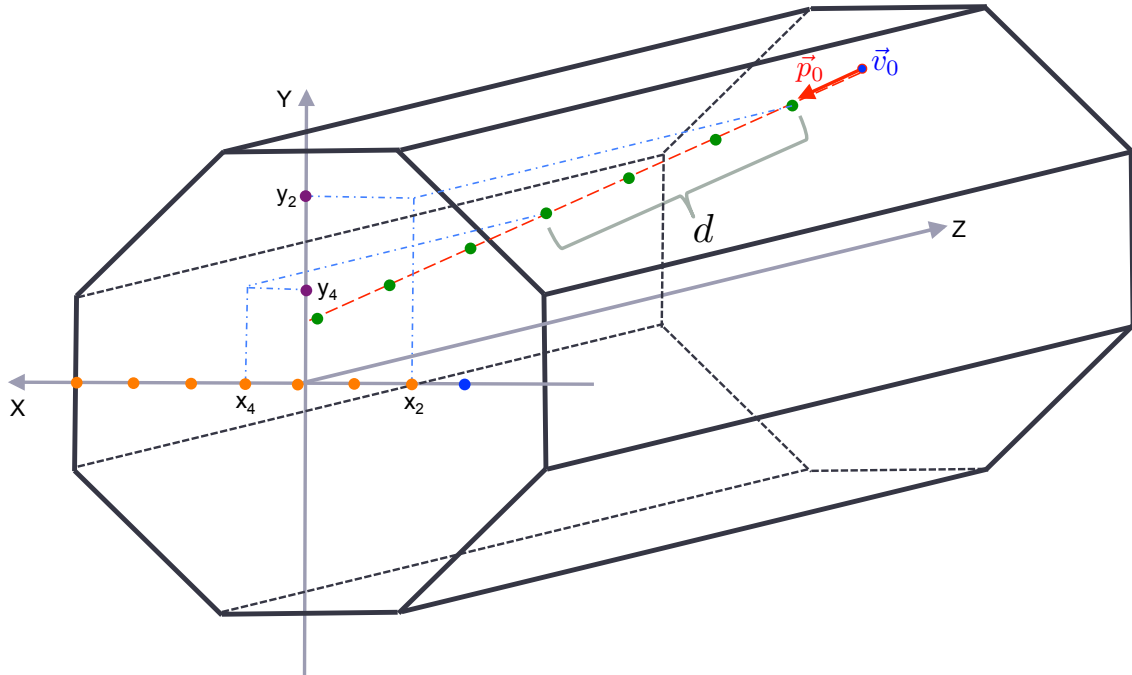


Figura 5.4: Esquema del algoritmo aplicado para garantizar que los trazos de muones entren en el detector.

Usando la ecuación 5.2, el algoritmo define algunos puntos de referencia (puntos verdes, ≈ 20) a lo largo de la proyección del trazo (línea discontinua roja) y verifica si los puntos están dentro del detector. Desde el primer punto dentro del detector, el algoritmo calcula la distancia d entre este punto y los otros puntos consecutivos a lo largo de la línea. Un trazo será rechazado si la distancia entre el primer punto y el punto más lejano dentro del detector es inferior a 2 m, o si no hay puntos dentro del detector. Cuando un trazo no satisface el criterio, se elige un nuevo vértice y momento y el proceso comienza nuevamente hasta que se cumpla el criterio.

Después de formado un evento de muones múltiples, la información relevante (p_x, p_y, p_z , energía, masa del muón, y coordenadas de los vértices) de cada uno de los trazos que conforman el evento son almacenados en archivos de texto de acuerdo a una estructura particular, tal como se muestra en la Figura 5.5.

5.1.3 Simulación del Detector y Reconstrucción de eventos

Finalmente, la información de los eventos de muones múltiples creada se utilizó como dato de entrada para la simulación de la respuesta del MINOS FD. Esto fue hecho usando el programa de simulación GMINOS, desarrollado por la colaboración MINOS (basado en las

```

2 8
3 14 0 0 3 4 -0.937002 -0.0969407 -1.19828 1.52422 0 -2672 -2214 50247 153657
3 2212 0 0 3 4 0 0 0.938272 0.938272 -2672 -2214 50247 153657
2 13 1 2 4 4 -0.501531 0.323146 -0.192345 0.635701 0.105658 -2672 -2214 50247 153657
1 13 3 3 0 0 -0.229513 0.14788 -0.0880221 0.305706 0.105658 -3259 -1836 50022 153657
1 13 3 3 0 0 -0.207314 0.151917 -0.085667 0.322664 0.105658 1294 5821 2040 153657
1 13 3 3 0 0 -0.212178 0.160635 -0.090107 0.323709 0.105658 -2962 460 47482 153657
1 13 3 3 0 0 -0.217487 0.161298 -0.076100 0.275990 0.105658 -2795 -2723 18175 153657
1 13 3 3 0 0 -0.223640 0.153102 -0.079855 0.311969 0.105658 -4306 -1127 34961 153657

```

Figura 5.5: Estructura de archivo conteniendo un evento de cinco muones múltiples. Los valores dentro del cuadro de la izquierda corresponden a las componentes del momento (p_x, p_y, p_z) , a la energía y a la masa del muón, respectivamente. Mientras que los valores del cuadro de la derecha corresponden a las coordenadas de la posición donde el muón es detectado dentro del detector por primera vez (vértice).

librerías GEANT3 [33]), y el cual propaga los muones generados a través del MINOS FD, teniendo en cuenta el campo magnético y las pérdidas de energía de los muones a medida que estos viajan a través del acero y el plástico centellador. Esta simulación, además de modelar la producción de luz en las barras de plástico centellador, también modela la cadena completa de detección de luz (PMT's) y la electrónica de lectura que convierte las señales luminosas en datos "crudos" (sin procesar). Estos datos crudos posteriormente pasaron por la mismos algoritmos de reconstrucción y análisis usados en los datos reales.

Los algoritmos de reconstrucción deben formar trazos a partir de las señales recolectadas en las barras de plástico centellador, las cuales están agrupadas en planos alternos orientados 90° entre sí. Los puntos de interacción de los muones en las barras centelladoras en cada una de estas dos vistas fueron utilizadas para reconstruir los trazos. Los trazos de eventos de muones múltiples que pasaron a través del detector simultáneamente pueden superponerse en una de estas vistas, o en ambas. Esta superposición puede confundir a los algoritmos de reconstrucción y provocar fallas en la reconstrucción. Para evaluar la frecuencia de tales fallas en la reconstrucción, es necesario producir una muestra de muones simulados con distribuciones de posiciones de vértices y direcciones que coincidan con precisión con los datos.

La Figura 5.6 muestra un par de eventos simulados de muones múltiples reconstruidos tal como se ve en el programa de visualización desarrollado por el experimento MINOS.

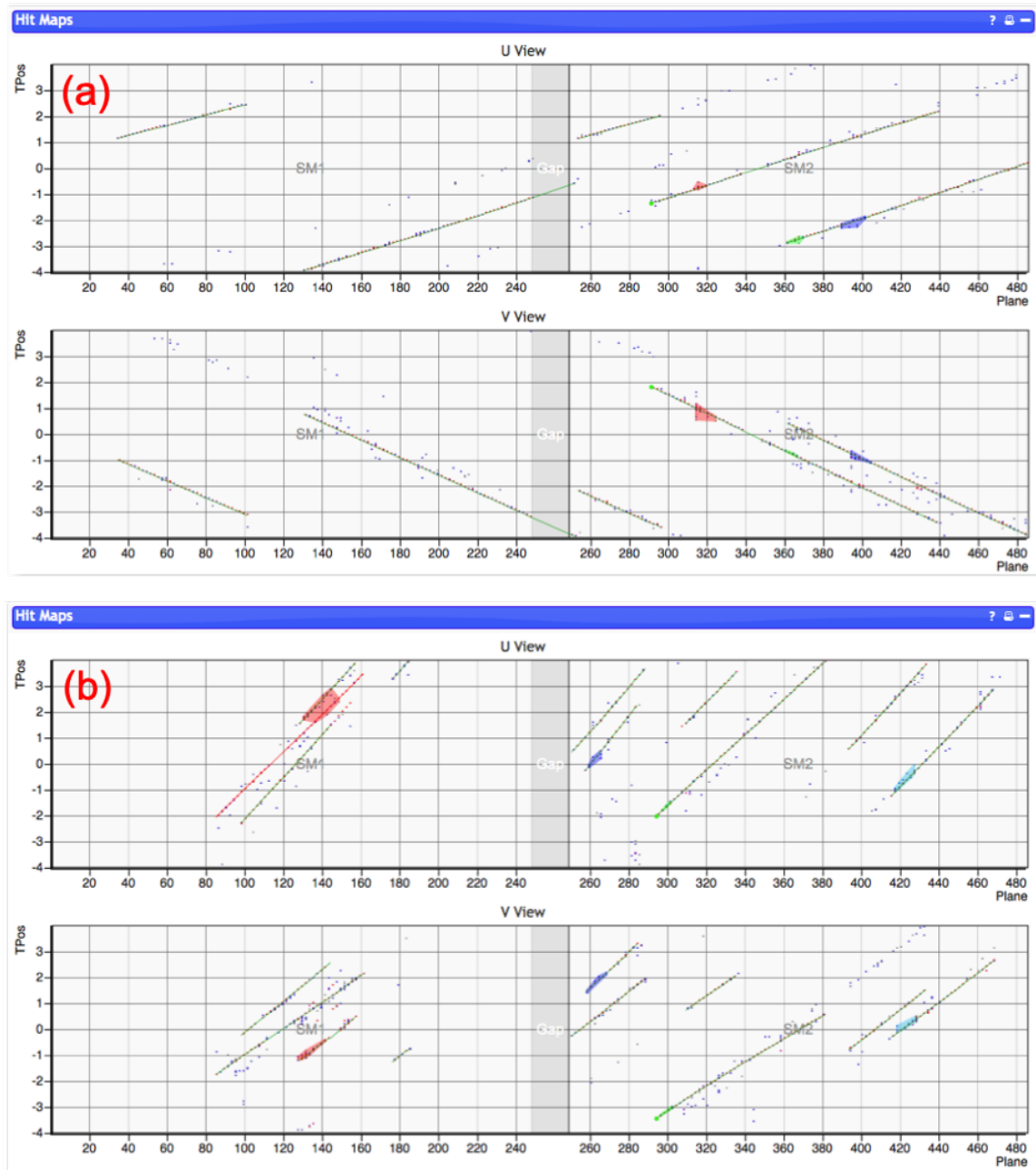


Figura 5.6: Eventos simulados de muones múltiples reconstruidos con multiplicidades (a) $M = 5$ y (b) $M = 10$.

5.2 Eficiencia en la reconstrucción de los trazos

Para evaluar la eficiencia de la reconstrucción de los trazos, se generaron muestras de 10^5 eventos de muones múltiples para cada multiplicidad M de muones ($M = 2$ hasta $M = 10$). La Tabla 5.1 muestra el número de eventos de muones múltiples reconstruidos en el MINOS FD remanentes después de haber sido aplicado los cortes de preselección y análisis.

Para cada multiplicidad generada, M , en la Tabla 5.1 se muestran los valores de la efi-

Tabla 5.1: El número de eventos de muones múltiples simulados reconstruidos, ordenados por multiplicidad antes de la separación por carga. Estos trazos satisfacen los cortes de análisis de la Tabla 4.1. La eficiencia $\epsilon_{[rec,M]}$ es la fracción de eventos con una multiplicidad reconstruida > 1 . La eficiencia $\epsilon_{[rec=gen]}$ (valores en negrita) es la fracción de eventos con una multiplicidad reconstruida idéntica a la multiplicidad simulada.

Mult.. M reconst.	Multiplicidad simulada: 10^5 eventos de muones múltiples por multiplicidad								
	$M = 2$	$M = 3$	$M = 4$	$M = 5$	$M = 6$	$M = 7$	$M = 8$	$M = 9$	$M = 10$
1	16593	15632	12248	10314	9351	8856	8525	8526	8411
2	58057	28359	24000	22080	17845	15919	15004	14550	14154
3	1	38355	27336	24906	22757	21092	19897	18999	18422
4		1	21913	20577	20245	20198	19744	19024	18205
5			1	10654	12593	13794	14285	14428	14022
6					4497	6420	7532	8021	8351
7					1	1697	2686	3471	3914
8							502	999	1347
9								131	319
10									33
$\epsilon_{[rec,M]}$	58,1%	66,7%	73,3%	78,2%	77,9%	79,1%	79,7%	79,6%	78,8%
$\epsilon_{[rec=gen]}$	58,1%	38,4%	21,9%	10,7%	4,5%	1,7%	< 1%		

ciencia de reconstrucción de la trayectoria de los eventos de muones múltiples, $\epsilon_{[rec.,M]}$, definida como la suma de todos los eventos con al menos dos muones reconstruidos dividida por el número de eventos de muones múltiples generados. Asimismo, en la Tabla 5.1 también se muestran los valores de la eficiencia de trazos bien reconstruidos, $\epsilon_{[rec=gen]}$, definida como el número de trazos de muones múltiples reconstruidos con la misma multiplicidad con la cual fueron generados, dividido por el número de total eventos generados, para una dada multiplicidad. Es importante en el análisis que los eventos de muones múltiples se identifiquen como tales, aunque es posible que no se reconstruyan todos los muones del evento. La eficiencia para identificar un evento de muones múltiples varía entre el 60% y el 80%, tal como se muestra en la Tabla 5.1. La eficiencia para medir la multiplicidad correcta para $M > 2$ es mucho menor, pero esto es menos importante para este análisis.

5.3 Eficiencia en la reconstrucción de la carga

El factor más importante que afecta la eficiencia de identificación de la carga para los trazos en eventos de muones múltiples es la presencia de grandes cascadas a lo largo de la trayectoria de los muones como resultado del proceso de “bremsstrahlung” debido a la pérdida de energía radiativa. El algoritmo de reconstrucción del trazo ocasionalmente incluye señales en los plásticos centelladores provenientes de estas cascadas como si fueran parte

del trazo dejado por los muones, lo que resulta en la reconstrucción de un trazo recto con una aparente curvatura de gran importancia. La frecuencia de tales cascadas a lo largo de las trayectorias de los muones depende directamente de la energía del muón. Por lo tanto, para obtener una muestra de muones simulados adecuada para determinar la eficiencia de identificación de la carga, es vital que la distribución de energía de los muones sea correcta y, en particular, que la distribución de energía de los muones dentro de cada evento de muones múltiples sea correcta.

Para evaluar la eficiencia de identificación de la carga, se utilizó nuevamente el programa de simulación CORSIKA para obtener la distribución de energía de los muones. Para esto, CORSIKA usa un espectro inicial de rayos cósmicos primarios para generar cascadas de partículas en la atmósfera, para luego propagar a los muones producto del decaimiento de los mesones hasta la superficie de la tierra. La energía de estos muones al nivel de la superficie se convierte en energía al nivel del detector considerando la pérdida de energía a medida que los muones recorren una distancia X a través de la roca de Sudán hasta el MINOS FD. Esta pérdida de energía puede ser modelada de acuerdo a la ecuación 2.3 como

$$-\frac{dE_{\mu}}{dX} = a(E_{\mu}) + b(E_{\mu})E_{\mu}$$

donde, como se indicó en la Sección 2.3.2, los parámetros a y b describen la energía perdida por un muón de energía E_{μ} a través de procesos de colisión y radiativos, respectivamente. Los valores considerados en el presente análisis para estos parámetros son: $a = 2,44 \text{ MeV.cm}^2/\text{g}$ y $b = 3,04 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$.

Se generaron un total de $1,3 \times 10^8$ cascadas atmosféricas a partir de rayos cósmicos primarios con energías en el rango entre 4 y 400 TeV. Las cascadas que dieron lugar a eventos de muones múltiples al nivel del MINOS FD fueron guardados, preservando la correlación entre los momentos de los muones dentro de un evento de muones múltiples. Estos muones luego se usaron como semillas para la simulación del detector, asignando posiciones de vértices y direcciones a partir de eventos de datos reales, tal como se describió anteriormente para la muestra de MC usada en el cálculo de la eficiencia de reconstrucción de los trazos.

Se debe remarcar que la razón de carga producida por CORSIKA no fue ajustada con los datos de MINOS, ya que las simetrías del detector indican que no debería haber diferencia en

la eficiencia de identificación de la carga entre un μ^+ y un μ^- . También, en esta simulación se ha despreciado cualquier correlación entre la energía del muón y el ángulo. Esto es aceptable ya que cualquier correlación de este tipo tendría un efecto pequeño en la eficiencia de identificación de la carga medida. En el Capítulo VI se calcula un error sistemático para la eficiencia de identificación de la carga, la cual domina en gran medida el tamaño de cualquier posible efecto de esta correlación.

Si N^{ij} es el número de muones simulados con carga verdadera i reconstruidos con carga j , se define $N^+ = (N^{++} + N^{-+})$ y $N^- = (N^{--} + N^{+-})$ como el número total de muones con cargas positivas y negativas identificados en el MINOS FD, respectivamente. Con esto, la “pureza” de la carga, P , se puede definir como el cociente entre el número de muones con cargas bien identificadas ($N^{++} + N^{--}$) y el número total de muones con cargas identificadas ($N^+ + N^-$), esto es

$$P = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^+ + N^-}. \quad (5.3)$$

O sea, para calcular la “pureza” de la carga, es necesario contar la cantidad de cargas identificadas (que constan tanto de cargas bien reconstruidas como de mal reconstruidas) y la cantidad de cargas bien identificadas (donde la carga reconstruida es igual a la carga “verdadera”). Para determinar si la carga de un trazo reconstruido fue bien identificada, primero se debe verificar que para un dado trazo reconstruido, este sea consistente con su trazo “verdadero” en un evento de muones múltiples. Para esto se exigió una distancia máxima de separación ($d < 500$ mm) entre los vértices de ambos trazos, el reconstruido y el verdadero. Las Figuras 5.7(a) y (b) muestran las distribuciones de la distancia entre los vértices de los trazos reconstruidos y verdaderos, y de la cantidad de movimiento de los trazos, cuando la carga está bien identificada, respectivamente.

La Tabla 5.2 muestra el número de cargas generadas, el número de cargas indentificadas y el número de cargas identificadas correctamente, así como la pureza de la carga obtenida para varias multiplicidades de eventos de muones múltiples. Debe notarse que la pureza obtenida de la simulación MC no se calcula por separado para los muones positivos y negativos (ecuación 5.3), y que con esta definición, la pureza de la carga y la eficiencia de identificación de carga son iguales (ver Anexo A).

Las diferencias en la eficiencia de los muones positivos y negativos que aparecen en la Tabla 5.2 se deben a que sólo se simuló la configuración de campo directo (FF). También,

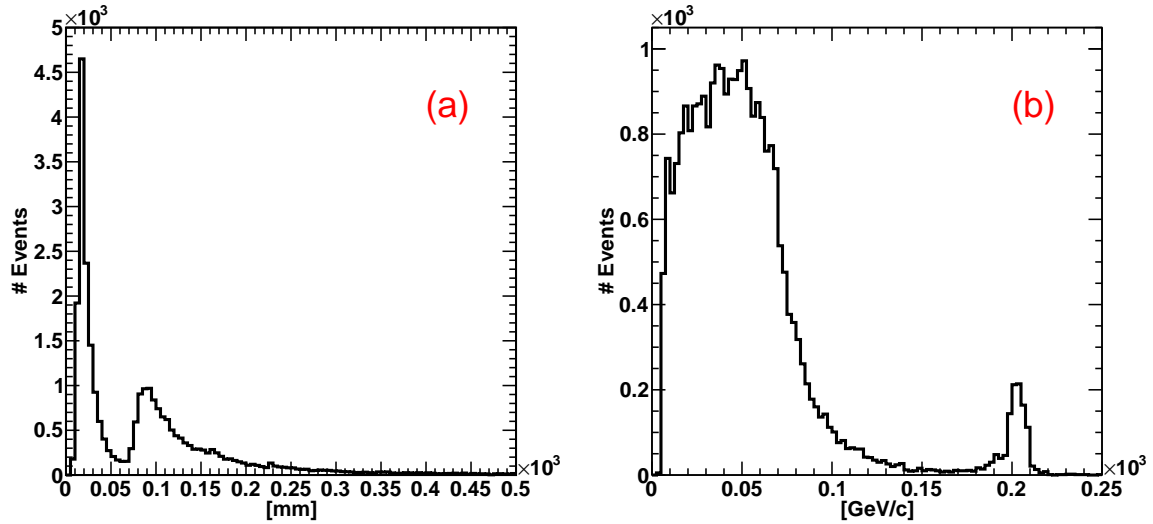


Figura 5.7: (a) Distancia entre los vértices de los trazos reconstruidos y verdaderos. Se requiere de una distancia máxima de separación ($d < 500$ mm) para igualar los trazos. (b) Distribución de la cantidad de movimiento de los trazos con una carga bien identificada.

hay una asimetría en la aceptación entre los trazos que viajan a lo largo o en contra del eje del detector, y una diferencia en la sobrecapa en esas dos direcciones, los cuales son efectos que se cancelan en los datos usando la media geométrica (GM). Con todo esto se obtuvo una razón de carga corregida utilizando la pureza de carga dada por la ecuación 5.3.

Tabla 5.2: Número de muones simulados separados por carga y por la pureza de carga, P , obtenidos de la simulación de MC en función de la multiplicidad de muones generados, M .

M	Nº de μ generados		Nº de μ identificados		Nº de μ bien identificados		P (%)
	N_{MC}^+	N_{MC}^-	N^+	N^-	N^{++}	N^{--}	
2	101534	98466	2227	2106	2132	1979	$94,9 \pm 0,3$
3	150359	149641	2659	2734	2500	2523	$93,1 \pm 0,3$
4	200125	199875	3113	3153	2869	2889	$91,9 \pm 0,3$
5	251209	248791	3309	3444	3044	3160	$91,9 \pm 0,3$
6	310203	289797	3614	3130	3308	2781	$90,3 \pm 0,4$

Anteriormente, MINOS obtuvo una pureza de carga superior al 99% para una muestra simulada de muones individuales [6]. La Tabla 5.2, por otro lado, muestra que las purezas para las muestras simuladas de muones múltiples son más bajas que las obtenidas para los eventos de muones individuales. Según un estudio de observación de eventos (“scanning”), la menor pureza en la separación de carga observada en la muestra de muones múltiples

es debido en gran medida a la mayor fracción de eventos con grandes cascadas a lo largo de los trazos. En la Figura 5.8 se observan eventos de este tipo.

Dado que la energía de los muones en eventos de muones múltiples normalmente es mucho más alta que la de los eventos de muones individuales, estas cascadas adicionales y bremsstrahlungs debido a la pérdida catastrófica de energía de los muones son esperados. Por lo tanto, es muy probable que el programa de reconstrucción ocasionalmente use algunos de los eventos provenientes de grandes cascadas que no estaban en trayectoria recta y que mostraban una curvatura aparente, tal que algunas veces el error $\sigma(q/p)$ que se obtenía era pequeño, por lo que la disminución en la pureza de la carga para la muestra de muones múltiples no es del todo sorprendente.

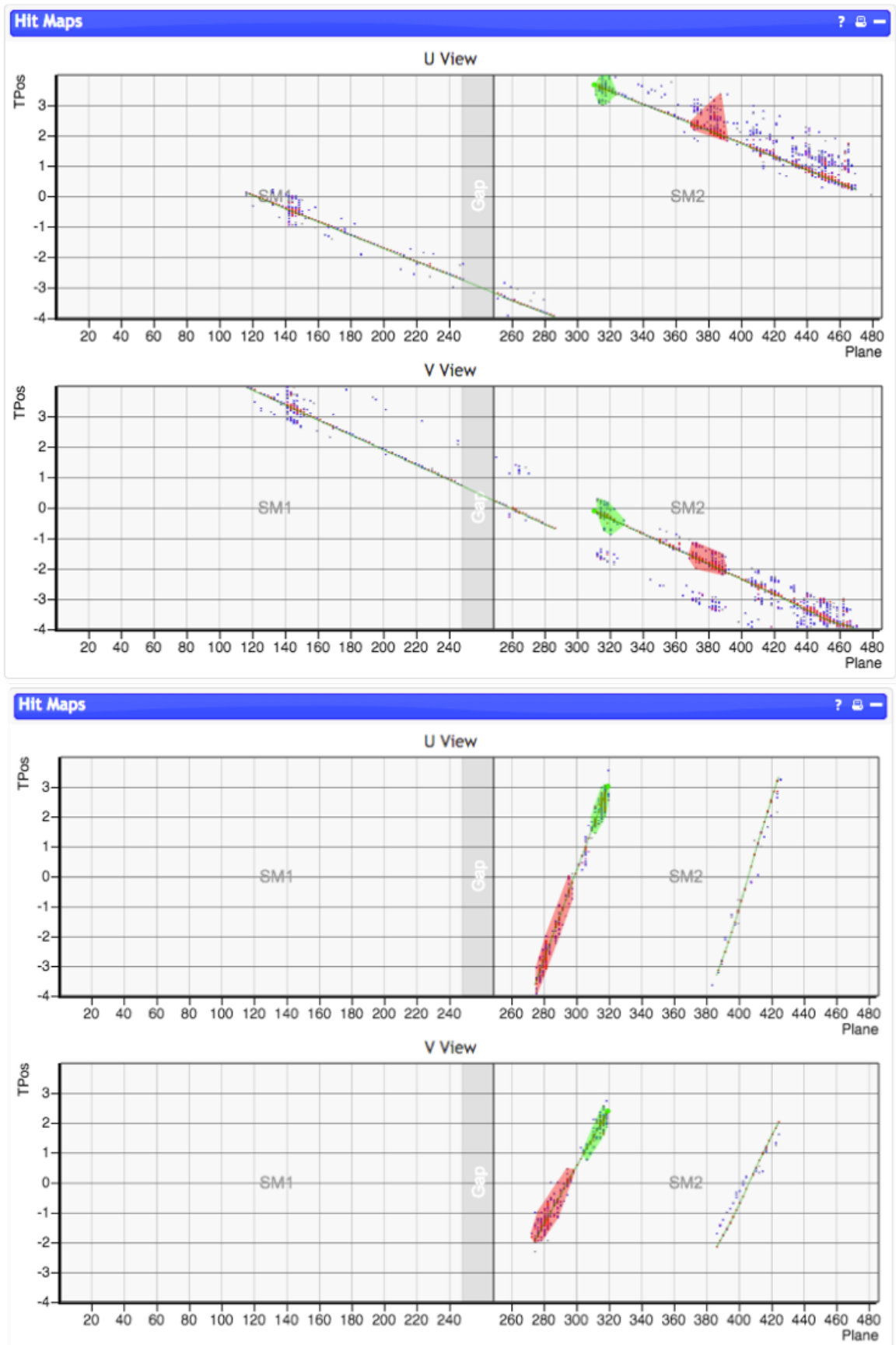


Figura 5.8: Al observar los eventos en los que se identificó erróneamente la carga, se nota un patrón: todos los muones mal identificados tienen grandes cascadas a lo largo de sus trazos.

CAPÍTULO VI: DETERMINACIÓN DE LA RAZÓN DE CARGA DE MUONES MÚLTIPLES

Como se discutió en el Capítulo IV, los efectos del campo magnético en el MINOS FD introducen un sesgo en la relación de carga cuando se calcula usando solo datos de una única orientación del campo magnético. Un método para cancelar los efectos de aceptación geométrica y los errores de alineación que causan este sesgo, es combinar los datos tomados en ambas configuraciones de campo magnético, tal como es discutido en las referencias [8, 16, 27].

Considerando muones con un momento lineal definido que impactan en una región del detector y tienen una cierta dispersión direccional, la aceptación del detector puede ser bastante diferente para los μ^+ y los μ^- debido a la desviación de sus trayectorias producida por el campo magnético del detector.

Si $(N_{FF}^{\mu^+}, N_{FF}^{\mu^-})$ y $(N_{RF}^{\mu^+}, N_{RF}^{\mu^-})$ son el número de muones positivos y negativos detectados en los tiempos τ_{FF} y τ_{RF} , cuando el campo magnético está en sus configuraciones de campo directo (FF) y campo inverso (RF), respectivamente, y si A_1 es la aceptación¹ para los μ^+ y A_2 es la aceptación para los μ^- en la dirección de campo directo (FF), entonces, de acuerdo a las leyes del electromagnetismo, las aceptancias en la dirección de campo inverso (RF) serán A_1 para los μ^- y A_2 para los μ^+ . Con todo esto, se puede escribir dos ecuaciones independientes para la relación de carga en donde las aceptancias geométricas, los errores de alineación y los sesgos en el tiempo de toma de datos se cancelan:

$$r_a = (N_{FF}^{\mu^+} / \tau_{FF}) / (N_{RF}^{\mu^-} / \tau_{RF}) \quad (6.1)$$

y

$$r_b = (N_{RF}^{\mu^+} / \tau_{RF}) / (N_{FF}^{\mu^-} / \tau_{FF}) \quad (6.2)$$

Estas dos ecuaciones deberían dar el mismo valor para r_a y r_b , a menos que el programa de reconstrucción haya asignado de algún modo un signo de carga incorrecto a algunos de los muones. Entonces, cualquier diferencia entre r_a y r_b es evidencia de un error sistemático

¹Se define la aceptación A de un experimento como la eficiencia de detección promedio. Con frecuencia, la palabra también se usa en el sentido más restringido de aceptación geométrica. Si N es el número total de eventos que ocurrieron, de los cuales n son observados, entonces los valores esperados de N y n están relacionados por $E(n) = AE(N)$. Se puede considerar la aceptación como una función de una o más variables, o de una pequeña región del espacio de fase. Según esta definición general, la aceptación incluye todos los efectos que provocan pérdidas de eventos: el tamaño finito de los detectores, las ineficiencias de los detectores y de la reconstrucción de eventos, los tiempos muertos, los efectos de los contadores de veto, etc.

residual. De las ecuaciones 6.1 y 6.2, queda claro que el cálculo de la media geométrica (GM) de r_a y r_b proporcionará una medida de la razón de carga, R_μ , en donde los tiempos se cancelan.

$$R_\mu = [r_a \times r_b]^{1/2} = \left[\left(\frac{N_{FF}^{\mu^+}}{N_{FF}^{\mu^-}} \right) \times \left(\frac{N_{RF}^{\mu^+}}{N_{RF}^{\mu^-}} \right) \right]^{1/2}, \quad (6.3)$$

Cabe mencionar que el valor de R_μ calculado en la ecuación 6.3 es la razón de carga sin la corrección debido a la eficiencia de identificación de la carga de los muones.

Después de aplicar todos los cortes que se muestran en la Tabla 4.1, se obtuvo una muestra final de 312514 muones a partir de 298291 eventos de muones múltiples con multiplicidades M , entre $2 \leq M \leq 10$. En la muestra de campo directo (FF) se seleccionaron 137392 μ^+ y 115714 μ^- , mientras que en la muestra de campo inverso (RF) se seleccionaron 29732 μ^+ y 29676 μ^- , respectivamente. El momento lineal reconstruido medio para estos trazos en el detector es de 48 GeV, mientras que el momento típico de los muones que fallan en los cortes es mucho mayor. La Tabla 6.1 muestra el número de muones observados, separados por el tipo de carga en ambas configuraciones de campo, en función de la multiplicidad de los eventos de muones múltiples.

Tabla 6.1: Número de muones en ambas configuraciones de campo magnético separados por su carga, en función de la multiplicidad medida M .

M	Campo directo (FF)		Campo inverso (RF)	
	$N_{FF}^{\mu^+}$	$N_{FF}^{\mu^-}$	$N_{RF}^{\mu^+}$	$N_{RF}^{\mu^-}$
2	106248	88924	23282	22719
3	20886	18049	4330	4594
4	6501	5578	1382	1488
5	2386	1972	457	534
6	888	770	187	212
7	323	271	70	92
8	104	98	18	26
9	42	42	5	9
10	14	10	1	2
Total	137392	115714	29732	29676

La Tabla 6.2 muestra la razón de carga de los eventos de muones múltiples calculada en función de la multiplicidad (media geométrica de las dos orientaciones del campo magnético). En esta tabla se observa que los errores asociados a la medición de la razón de carga para multiplicidades $M \geq 7$ son relativamente grandes (como consecuencia de la baja

estadística para estas multiplicidades). Por tal motivo, se decidió agrupar estos eventos con errores estáticos grandes en un único valor, tal como se muestra en la Fig. 6.1.

Tabla 6.2: Razón de carga calculada para eventos de muones múltiples, R_μ , en función de la multiplicidad M , para datos en las configuraciones de campo FF y RF, y la combinación GM. Los errores que se muestran en las razones de carga son sólo estadísticos.

M	Campo directo (FF)	Campo inverso (RF)	Media geométrica (GM)
2	$1,195 \pm 0,005$	$1,025 \pm 0,010$	$1,107 \pm 0,006$
3	$1,157 \pm 0,012$	$0,943 \pm 0,020$	$1,044 \pm 0,012$
4	$1,165 \pm 0,021$	$0,929 \pm 0,035$	$1,040 \pm 0,022$
5	$1,210 \pm 0,037$	$0,856 \pm 0,055$	$1,018 \pm 0,036$
6	$1,153 \pm 0,057$	$0,882 \pm 0,088$	$1,009 \pm 0,056$
7	$1,192 \pm 0,098$	$0,761 \pm 0,121$	$0,952 \pm 0,085$
8	$1,061 \pm 0,149$	$0,692 \pm 0,212$	$0,857 \pm 0,145$
9	$1,000 \pm 0,218$	$0,556 \pm 0,310$	$0,745 \pm 0,223$
10	$1,400 \pm 0,580$	$0,500 \pm 0,612$	$0,837 \pm 0,541$
Total	$1,187 \pm 0,005$	$1,002 \pm 0,008$	$1,091 \pm 0,005$

La razón de carga medida considerando todas las multiplicidades es

$$R_\mu = 1,091 \pm 0,005 \text{ (estadístico)} \quad (6.4)$$

Para obtener la razón de carga real de los eventos de muones múltiples que llegan al MINOS FD, el valor de R_μ medido debe corregirse para tener en cuenta la eficiencia de identificación de la carga, ε , y que de acuerdo a lo mostrado en el Anexo A, es igual a la "pureza" P (ecuación 5.3).

La razón de carga (corregida) real, R_μ^{corr} , está definida como el cociente entre el número verdadero de muones con carga positiva ($N^{++} + N^{+-}$) y el número verdadero de muones con carga negativa ($N^{--} + N^{-+}$) que llegan al detector.

$$R_\mu^{corr} = \frac{N^{++} + N^{+-}}{N^{--} + N^{-+}} \quad (6.5)$$

La razón de carga real está relacionada con la razón de carga medida (no corregida), R_μ , y la eficiencia de identificación de carga, ε , de acuerdo a la expresión

$$R_\mu^{corr} = \frac{R_\mu - \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{1 - R_\mu \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}. \quad (6.6)$$

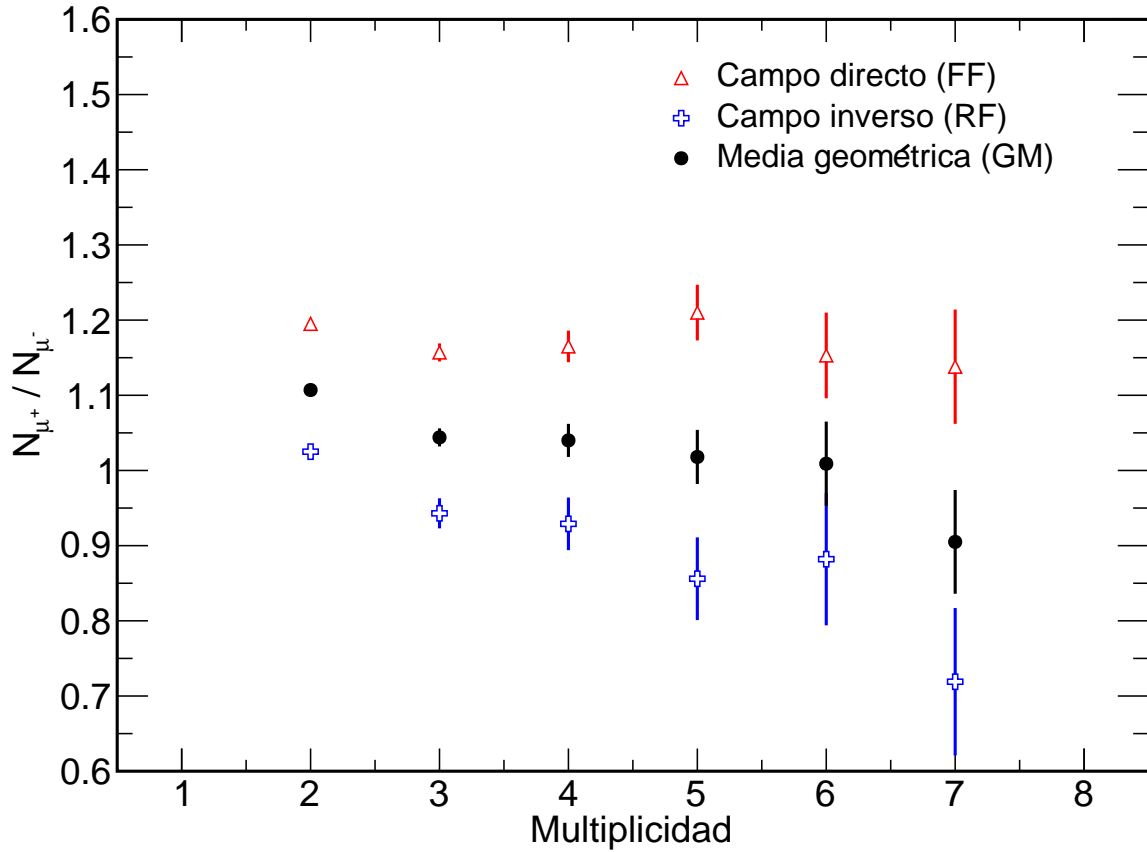


Figura 6.1: Razón de carga medida como función de la multiplicidad de eventos de muones múltiples, para datos tomados en las configuraciones de campo directo (FF) e inverso (RF), y combinados en una media geométrica (GM). La distribución GM muestra la razón de carga en la que se cancelan los efectos del campo magnético, los errores de alineación y los sesgos en los tiempos de toma de datos. Debido a los errores estadísticos relativamente grandes en la medición de la razón de carga para multiplicidades $M > 7$, solo se muestran los valores para multiplicidades entre 2 y 7.

Detalles de la obtención de la ecuación 6.6 son presentados en el Anexo B.

La Tabla 6.3 y la Figura 6.2 muestran los valores de razón de carga calculados, R_{μ} , y real, R_{μ}^{corr} , como función de la multiplicidad de los eventos de muones múltiples. Los valores de la eficiencia de carga, ε , mostrados en la Tabla 6.3 provienen de la Tabla 5.2.

Considerando todas las multiplicidades, la corrección por eficiencia de carga aumenta la razón de carga de eventos de muones múltiples en 0,013, obteniéndose un valor final de

$$R_{\mu}^{corr} = 1,104 \pm 0,006 \text{ (estadístico)} \quad (6.7)$$

6.1 Errores sistemáticos en el cálculo de la razón de carga

Para el presente análisis, dos fuentes de error sistemático fueron considerados: la primera es una contribución debido a la posible falla para cancelar completamente los efectos

Tabla 6.3: Razones de carga corregidas por eficiencia, como función de la multiplicidad M de eventos de muones múltiples.

M	Razón de carga calculada (R_μ)	Eficiencia de carga ε (%)	Razón de carga corregida (R_μ^{corr})
2	$1,107 \pm 0,006$	$94,9 \pm 0,3$	$1,119 \pm 0,007$
3	$1,044 \pm 0,012$	$93,1 \pm 0,3$	$1,052 \pm 0,014$
4	$1,040 \pm 0,022$	$91,9 \pm 0,3$	$1,048 \pm 0,026$
5	$1,018 \pm 0,036$	$91,9 \pm 0,3$	$1,021 \pm 0,043$
6	$0,974 \pm 0,044$	$90,3 \pm 0,4$	$0,968 \pm 0,054$
Total	$1,091 \pm 0,005$	$94,4 \pm 0,3$	$1,104 \pm 0,006$

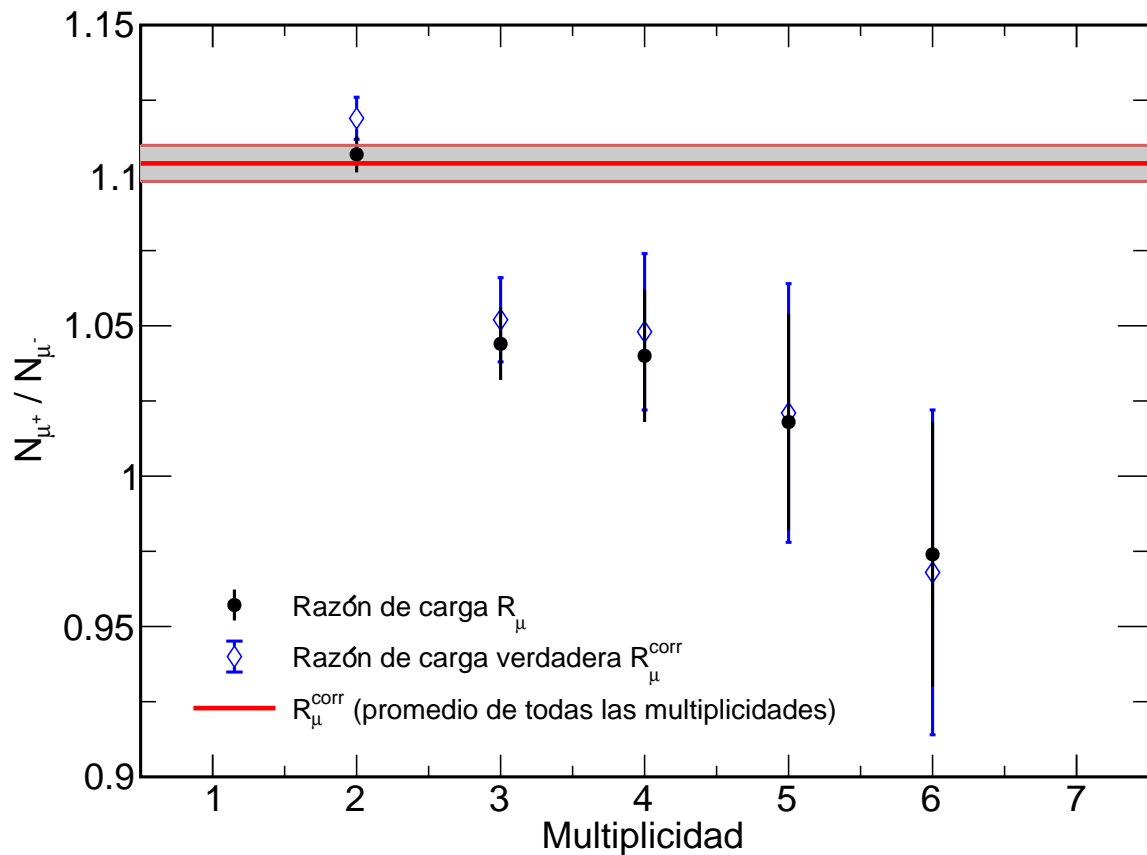


Figura 6.2: Distribuciones de la razón de carga calculada, R_μ , y real, R_μ^{corr} , como función de la multiplicidad de los eventos de muones múltiples. La línea horizontal y la franja sombreada representan el valor total de la razón de carga real y su error estadístico, respectivamente, considerando todas las multiplicidades. El valor final obtenido para la razón de carga verdadera es $R_\mu^{corr} = 1,104 \pm 0,006$ (estadístico).

del campo magnético y los errores de alineación al invertir el campo magnético (sesgo), y la segunda, es una contribución debido al hecho de no tener en cuenta por completo las fallas en la identificación de la carga que tienden a dar una determinación de carga aleatoria (aleatorización) [27].

El error sistemático de sesgo proviene de una pequeña discrepancia entre los valores de r_a y r_b (ecuaciones 6.1 y 6.2), que son las razones de carga que se obtienen al comparar el número de cargas positivas medidas con campo directo, con el número de cargas negativas medidas con campo inverso y viceversa. Este error se puede evaluar comparando las razones r_a y r_b que, en caso de ausencia de sesgo, deberían ser idénticas. Esta comparación lleva en cuenta todos los sesgos, independientemente de la fuente, e incluye efectos de enfoque (en el caso de que no haya una perfecta inversión del campo magnético para las configuraciones directa e inversa), errores en el “mapeo” del campo magnético (relacionado con el hecho de que el software de MINOS no maneja los campos directo e inverso de una manera adecuadamente simétrica), y posibles curvaturas en el sistema de coordenadas.

El análisis de la razón de carga de muones individuales medida por el MINOS FD [8], que obtuvo una razón de carga de 1,37 (un valor mayor que el medido en este análisis), determinó que el error sistemático de sesgo era de $\pm 0,009$, y, siendo que en principio, el error sistemático de sesgo debe escalarse a la diferencia de la razón de carga medida y la unidad, entonces, de manera conservadora se va a considerar también este valor como el error sistemático de sesgo para este análisis.

Para calcular el error sistemático sobre la tasa de aleatorización de carga, se estimó el error en la tasa de reconstrucción errónea de la carga medida en la simulación de MC. Estas fallas en la reconstrucción de la carga están dominadas por eventos con gran pérdida de energía por radiación (bremsstrahlung), que tiene una tasa significativamente alta para muones con energías por encima de 1 TeV. Una distribución de energía de muones modelada de forma inexacta por CORSIKA es una fuente de este error sistemático.

Para evaluar este efecto se comparó algunas características de la simulación de MC de este análisis con otras dos simulaciones de MC: una que usa una versión diferente de CORSIKA, y otra anterior desarrollada para el experimento Soudan 2 [16, 34], que estudió eventos de muones múltiples en un lugar próximo al MINOS FD.

La Figura 6.3 muestra las distribuciones y los valores medios de la energía en función de la multiplicidad, para muones que inciden en el MINOS FD generados usando la versión 7.4 del CORSIKA. Además, la Tabla 6.4 muestra las fracciones del número de muones con energías superiores a 1 TeV para cada multiplicidad. En la tabla se observa una tendencia creciente de la energía media de los muones en función de la multiplicidad, aumentando monótonamente desde 995 GeV para $M = 2$ hasta 1,291 TeV para $M = 5$. La fracción del

número de muones con energías superiores a 1 TeV para cada multiplicidad también aumenta de forma similar, yendo desde el 28 % para $M = 2$ hasta el 40 % para $M > 6$.

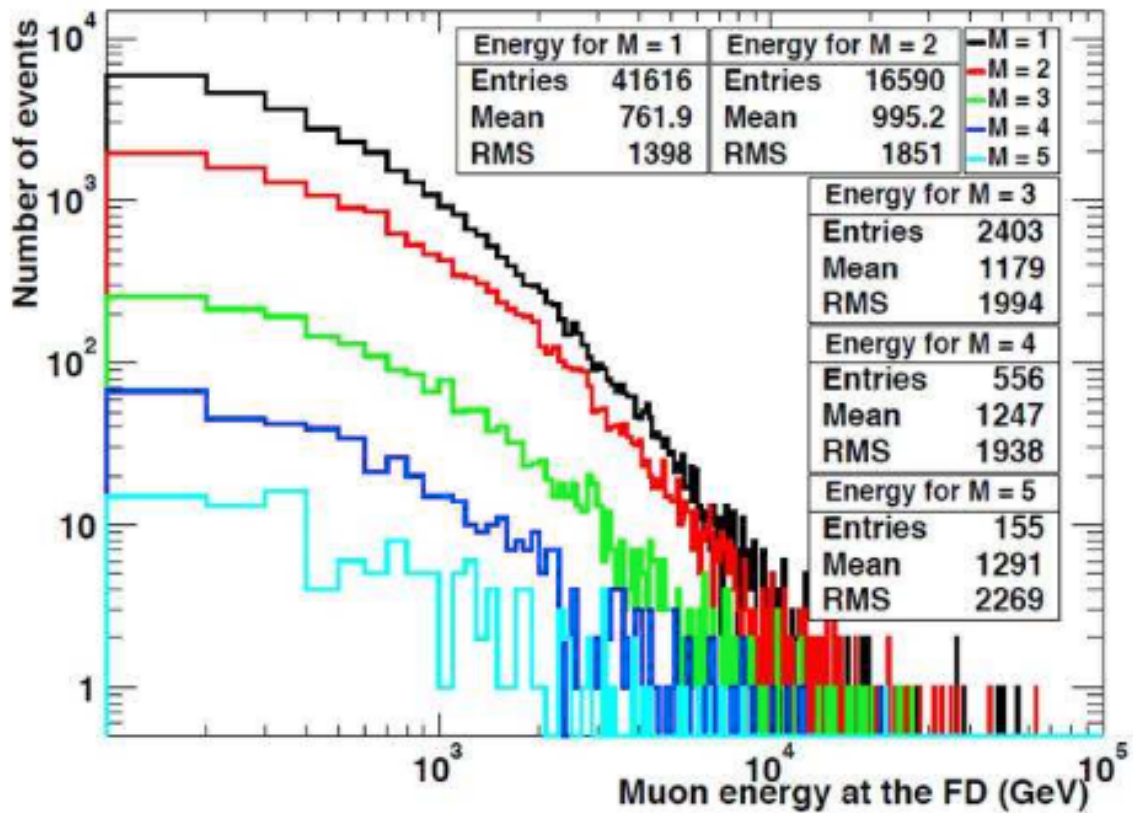


Figura 6.3: Distribuciones de energía de muones observados en el MINOS FD generados con CORSIKA 7.4 para varias multiplicidades.

Tabla 6.4: Fracciones del número de muones con energías mayores a 1 TeV para varias multiplicidades (v. CORSIKA 7.4).

M	Fracción del número de muones ($E > 1$ TeV)
1	8778/41616 = 0,211
2	4703/16590 = 0,283
3	796/2403 = 0,331
4	190/556 = 0,342
5	55/155 = 0,355
6	16/54 = 0,296
> 6	6/15 = 0,400

Por otro lado, la Figura 6.5 y la Tabla 6.5 muestran los resultados para la energía de muones simulados con una versión anterior de CORSIKA (v. 6.99). Se observa que no hay

diferencias notables en el cálculo de la pérdida de energía y multiplicidad para los eventos de muones múltiples generados por ambas simulaciones. Por ejemplo, para $M = 2$, la diferencia en la energía media es menor al 3% mientras que la diferencia en la fracción con energía superior a 1 TeV es menor al 1%. Por lo que en principio, se puede propagar estas diferencias como una fracción de la corrección de la razón de carga de la aleatorización, dando una corrección de 0,013.

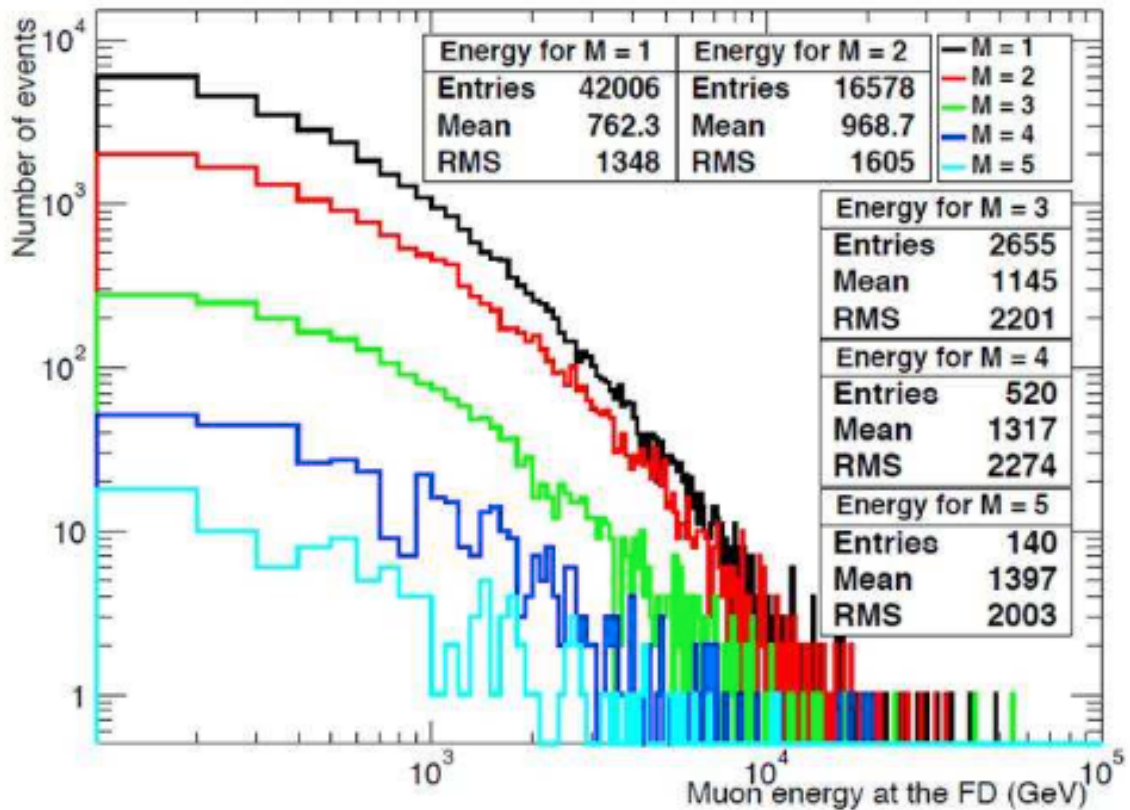


Figura 6.4: Distribuciones de energía de muones observados en el MINOS FD generados con CORSIKA 6.99 para varias multiplicidades.

También, se compararon varios aspectos de la simulación de MC de este análisis con una simulación de MC anterior para muones múltiples desarrollado por el experimento Soudan 2 [16, 34]. La simulación anterior se basó en el código HEMAS [35] para el desarrollo de las cascadas, SIBYLL [36] para las interacciones hadrónicas, NUCLIB [37] para las interacciones núcleo-aire, y en cálculos analíticos para llevar en cuenta la pérdida de energía, efectos de campo magnético y dispersión múltiple. Finalmente, la simulación usó GEANT3 [33] para simular la interacción de los muones en el detector Soudan 2. Se observó que no hubo diferencias notables en los cálculos de la pérdida de energía, multiplicidad y otras características

Tabla 6.5: Fracción de muones con energías mayores a 1 TeV para varias multiplicidades (v. CORSIKA 6.9).

M	Fracción del número de muones ($E > 1$ TeV)
1	8948/42006 = 0,213
2	4643/16578 = 0,280
3	841/2655 = 0,317
4	194/520 = 0,373
5	51/140 = 0,364
6	3/12 = 0,250
> 8	22 = 0,364

de los eventos de muones múltiples detectados en el subsuelo.

Otra verificación realizada fue estimar la fracción de eventos que sufren una pérdida catastrófica de energía y que contribuyen a la aleatorización de la carga, tanto para datos como para MC. Para esto, se comparó las tasas de cascadas reconstruidas en los datos, en la simulación de MC y en eventos de MC con una mala identificación de la carga.

La Figura 6.5 muestra la distribución del número de cascadas reconstruidas en los eventos de muones múltiples de datos (línea sólida) y de MC (línea segmentada). La distribución inferior (línea punteada) corresponde al número de cascadas en el MC en donde la carga de los eventos fue mal reconstruida. De acuerdo al estudio visual realizado anteriormente (Figura 5.8), se sabe que este tipo de eventos están dominados por la pérdida de energía visible debido a las cascadas electromagnéticas que acompañan al muón. Claramente, eventos con una sola cascada no son relevantes para la determinación de la carga equivocada en eventos de muones múltiples, por lo que estos eventos no fueron considerados.

De acuerdo a los valores mostrados en la Figura 6.5, el número medio de cascadas en eventos de muones múltiples con al menos una cascada en estas tres muestras fue de 1,70; 2,14 y 2,68, respectivamente. El número medio de eventos con la carga mal reconstruida es más alto de lo esperado, pero la distribución es lo suficientemente amplia como para indicar que la comparación entre datos y MC que se realiza aquí es aproximadamente válida, o sea, la diferencia relevante entre datos y MC no está dominada por la cola superior (izquierda) de la distribución. Esto indica que hay alguna evidencia de que la simulación de MC está sobreestimando el número de eventos de muones de alta energía, y que por tanto,

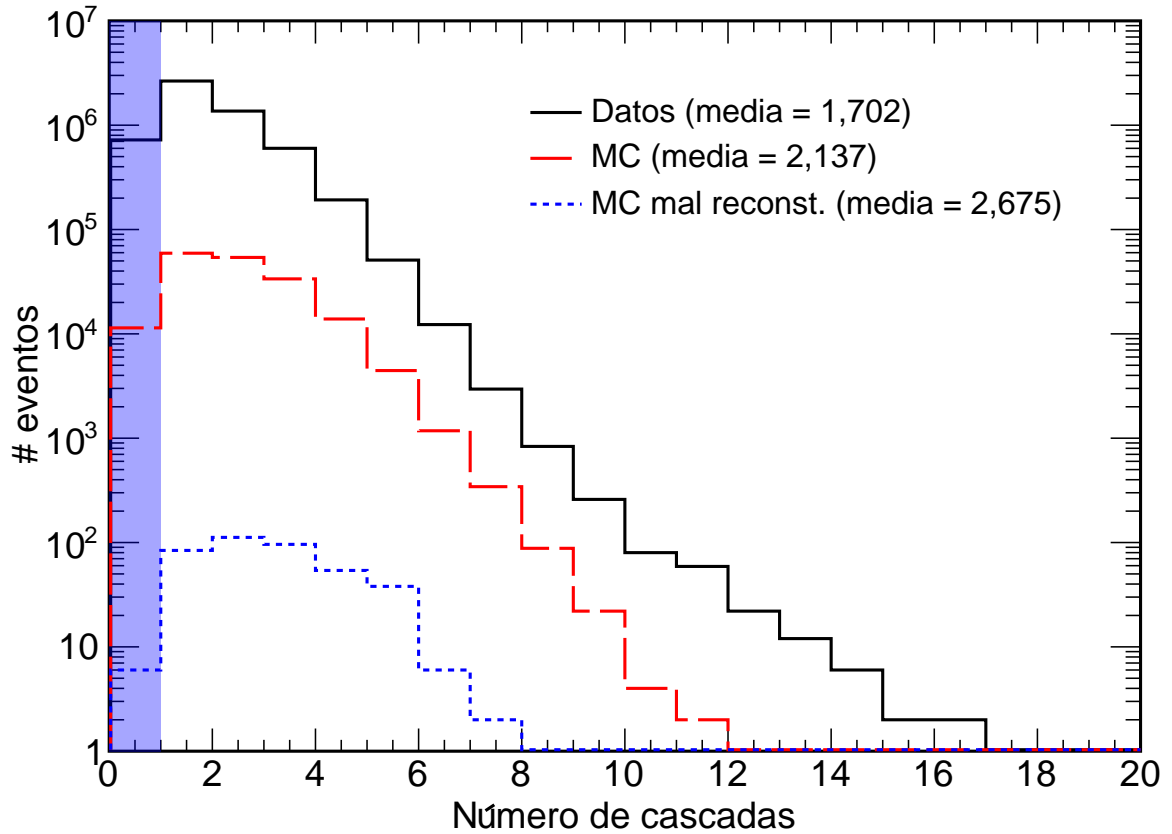


Figura 6.5: Distribución del número de cascadas en eventos de muones múltiples observados por el MINOS FD. Las distribuciones de línea sólida y segmentada corresponden a los datos y al MC, respectivamente. La distribución de línea punteada corresponde a aquellos eventos de MC donde el programa de reconstrucción obtiene el signo de la carga erróneamente. Este último conjunto está dominado por eventos con pérdidas catastróficas de energía visible debido a bremsstrahlung o producción de pares. Eventos conteniendo una única cascada no fueron considerados en este cálculo (“bin” sombreado).

también afecta la corrección a la razón de carga. La razón $2,14/1,70 = 1,26$ se toma como evidencia de que hay un 26 % más de cascadas en el MC de lo que debería haber. Este valor se incrementa de forma conservadora a la mitad, y el error sistemático del 39 % se utiliza como una posible sobreestimación de la corrección. La mitad aproximada del 39 %, o 20 %, se toma entonces como el error sistemático en una posible subestimación de la corrección. Dado que el tamaño de la corrección es de 0,013, esto conduce a un error sistemático en el cálculo de R_{μ}^{corr} debido a la aleatorización de la carga de ${}^{+0,003}_{-0,005}$. Cuando se combina en cuadratura con el error sistemático de sesgo, el error sistemático total es de ${}^{+0,009}_{-0,010}$.

Por lo tanto, la razón de carga de eventos de muones múltiples, corregida por la eficiencia de carga a una profundidad de 2070 m.w.e. es

$$R_{\mu}^{corr} = 1,104 \pm 0,006 \text{ (estad.) } {}^{+0,009}_{-0,010} \text{ (sist.)} \quad (6.8)$$

CAPÍTULO VII: DISCUSIÓN DEL RESULTADO Y CONCLUSIONES

7.1 Discusión del Resultado

Se puede proponer que hay principalmente tres factores relacionados que podrían hacer que la razón de carga medida para muones múltiples sea menor que la razón de carga medida para muones individuales.

- (a) La importancia de la carga del quark u principal (asociada al rayo cósmico incidente) es disminuida para los hadrones no principales y para los hadrones producidos después de la primera interacción.

Se sabe que el contenido quarks u de los rayos cósmicos primarios incidentes es mayor que el contenido de quarks d , por lo que para el caso de muones individuales, la razón de carga medida es $\approx 20\%$ mayor que la unidad. Sin embargo, este efecto debe disminuir en la producción de hadrones positivos y negativos en la primera interacción y en las subsiguientes interacciones debido a que la diferencia del contenido de quarks u y d en estos hadrones tiende a disminuir, aumentando la producción de μ^- y haciendo que la razón de carga de muones múltiples también disminuya.

- (b) Un segundo efecto proviene de la posibilidad de un aumento de la componente de núcleos pesados en el flujo de rayos cósmicos a altas energías.

El hecho de que los elementos más pesados hagan una contribución relativamente mayor a los rayos cósmicos primarios responsables de los eventos de muones múltiples que de los eventos de muones individuales puede ser justificado por dos razones.

1. La energía media de los rayos cósmicos primarios que producen los eventos de muones múltiples observados es mayor que la de los primarios que producen muones individuales, y se espera que los elementos más pesados se conviertan en un componente aún más importante de los rayos cósmicos primarios a energías más altas [12].
2. Los rayos cósmicos primarios masivos generan más muones de alta energía por evento que los protones primarios de la misma energía total. Esto se debe a que es probable que el primer punto de interacción del primario pesado esté a un nivel más alto en la atmósfera que el de un primario de protones. Un núcleo pesado tiene una sección transversal más grande para las interacciones con el aire, y la

densidad más baja en la atmósfera superior favorece el decaimiento de piones sobre la interacción temprana en el desarrollo de la cascada. Los núcleos pesados también contienen neutrones, que tienen un contenido de quarks d que es el doble del contenido de quarks u y, por lo tanto, es más probable que produzcan más piones negativos, y consecuentemente, más muones negativos, resultando en una disminución de la razón de carga de los eventos de muones múltiples.

- (c) El tercer efecto surge de la cinemática de los eventos de muones múltiples junto con el máximo momento detectable (MDM) de un detector magnetizado como el MINOS FD.

De acuerdo a lo descrito en el Capítulo III, la probabilidad de poder medir la curvatura suficientemente bien disminuye al aumentar el momento del muón. Un detector magnetizado solo puede medir de manera confiable la carga de los muones con un momento por debajo del MDM, el cual depende del campo magnético y de la geometría del detector. Por lo tanto, a veces el muón de mayor energía en un evento de muones múltiples no tendrá determinado el signo de su curvatura en el detector. En estas situaciones, solo se utilizarán muones de baja energía provenientes de piones no principales para determinar la razón de carga. Dado que el pión principal es el que tiene la mayor probabilidad de llevar el exceso de carga positiva en la cascada, este efecto reducirá la razón de carga medida.

7.2 Conclusiones

Se midió la razón de carga de muones múltiples, $R_\mu = N_{\mu^+}/N_{\mu^-}$, utilizando la estadística acumulada a lo largo de nueve años de toma de datos del MINOS FD. La combinación de los dos conjuntos de datos recolectados con polaridades magnéticas opuestas permitió obtener la medición más precisa de la razón de carga en la región de alta energía hasta la fecha.

Para eventos de muones múltiples, la razón de carga medida antes de corregir la identificación errónea de la carga es

$$R_\mu^{sin\ corr} = 1,091 \pm 0,005 \text{ (estad.)} \quad (7.1)$$

Y la razón de carga corregida por la eficiencia de identificación de carga es

$$R_\mu^{corr.} = 1,104 \pm 0,006 \text{ (estad.)}_{-0,010}^{+0,009} \text{ (sist.)} \quad (7.2)$$

La razón de carga subterránea de muones múltiples calculada (mostrada en la ecuación (7.2)) es menor que las mediciones de la razón de carga de muones individuales obtenidas por varios experimentos en el pasado [2–8, 10]. Este resultado respalda las hipótesis sobre la disminución de la relación de carga para eventos de múltiples muones discutidos en la Sección 7.1, proporcionando una mejor comprensión del mecanismo de producción de muones múltiples en la atmósfera. Aunque la razón medida en principio depende de la profundidad, la forma de la sobrecapa, el área y el MDM de un detector subterráneo, el resultado es consistente, dentro de las incertidumbres experimentales, con la última medición de la razón de carga de muones múltiples realizada por el experimento OPERA en 2014 [9],

$$R_{\mu}^{OPERA} = 1,098 \pm 0,023 \text{ (estad.)}_{-0,013}^{+0,015} \text{ (sist.)}.$$

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] T.K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1990).
- [2] P. Achard et al. (L3 Collaboration), *Phys. Lett. B* 598, 15 (2004).
- [3] S. Haino et al., *Phys. Lett. B* 594, 35 (2004).
- [4] D. Zimmermann et al., *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* 525, 141 (2004).
- [5] V. Khachatryan et al. (CMS Collaboration), *Phys. Lett. B* 692, 83 (2010).
- [6] P. Adamson et al. (MINOS Collaboration), *Phys. Rev. D* 83, 032011 (2011).
- [7] T. Hebbeker and C. Timmermans, *Astropart. Phys.* 18, 107 (2002).
- [8] P. Adamson et al. (MINOS Collaboration), *Phys. Rev. D* 76, 052003 (2007).
- [9] N. Agafonova et al. (OPERA Collaboration), *Eur. Phys. J. C* 74, 2933 (2014).
- [10] N. Agafonova et al. (OPERA Collaboration), *Eur. Phys. J. C* 67, 25 (2010).
- [11] J. J. Evans, "The MINOS Experiment: Results and Prospects", *Advances in High Energy Physics*, vol. 2013, Article ID 182537, 18 pages, 2013. <https://doi.org/10.1155/2013/182537>
- [12] P.A. Zyla et al. (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.* 2020, 083C01 (2020) and 2021 update.
- [13] W. Hanlon, *The Energy Spectrum of Ultra High Energy Cosmic Rays measured by the high resolution Fly's Eye Observatory*, Ph.D. thesis, University of Utah (2008).
- [14] K. Greisen, *Phys. Rev. Lett.* 16 (17): 748–750 (1966).
- [15] Zatsepin, G.T., Kuz'min, V.A., *Sov. Phys. JETP* 4: 78-80 (1966).
- [16] S. Kasahara, *A Study of Cosmic Ray Composition in the Knee Region using Multiple-Muon Events in the Soudan 2 Detector*, Ph.D. thesis, University of Minnesota (1997).
- [17] P. Lipari and T. Stanev, *Phys. Rev. D* 44, 3543 (1991).

- [18] J. Reichenbacher, Proceedings of the 30th International Cosmic Ray Conference, Merida Mexico HE2.1, 668 (2007).
- [19] P. Adamson et al. (MINOS Collaboration), IEEE Trans. Nucl. Sci., 49:861–863, 2002.
- [20] K. Lang et al., *A comprehensive characterization of Hamamatsu 16- and 64- anode PMTs*. Nucl. Instrum. Meth., A461:571–573, 2001.
- [21] The MINOS Collaboration. *The MINOS Detectors Technical Design Report*. Technical report, Fermilab, oct 1998.
- [22] P. Adamson et al. (MINOS Collaboration), Phys. Rev. D 73, 072002 (2006).
- [23] D. Michael et al. (MINOS Collaboration), Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 596, 190 (2008).
- [24] R. Fruhwirth, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A 262, 444 (1987).
- [25] T. Fields, MINOS Internal Note DocDB-1511 (2006).
- [26] A. Blake, FERMILAB-THESIS-2005-77, Ph.D. Thesis, Cambridge University (2005).
- [27] P. A. Schreiner, J. Reichenbacher, and M. C. Goodman, Astropart. Phys. 32, 61 (2009).
- [28] D. Heck, J. Knapp, J.N. Capdevielle, G. Schatz, and T. Thouw, Report FZKA 6019 (1998), Forschungszentrum Karlsruhe; <https://www.iap.kit.edu/corsika/70.php>
- [29] P. Doll et al., The Karlsruhe Cosmic Ray Project KASCADE, Report KfK 4686 (1990), Kernforschungszentrum Karlsruhe; Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 14A (1990) 336.
- [30] H.O. Klages for the KASCADE Collaboration, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 52B (1997) 92; Proc. 25th Int. Cosmic Ray Conf., Durban, 6 (1997) 141.
- [31] O. C. Allkofer and P. K. F. Grieder, Cosmic Rays on Earth, in: Physics Data 25/1, H. Behrens and G. Ebel eds. (Fachinformationszentrum Karlsruhe, Germany, 1983) chpt. 1.1.2
- [32] D. Heck and T. Pierog, “Extensive air shower simulations with CORSIKA: A User’s Guide”, <https://web.iap.kit.edu/corsika/usersguide/usersguide.pdf>
- [33] R. Brun et al. Geant detector description and simulation tool. Technical report, 1994.

- [34] S. Kasahara et al., Phys. Rev. D 55, 5282 (1997).
- [35] C. Forti, H. Bilokon, B. d’Ettorre Piazzoli, T.K. Gaisser, L. Satta and T. Stanev: Phys. Rev. D42 (1990) 3668.
- [36] R. S. Fletcher, T. K. Gaisser, Paolo Lipari, and Todor Stanev, “Sibyll: An event generator for simulation of high-energy cosmic ray cascades,” Phys. Rev. D 50, 5710–5731 (1994).
- [37] J. Engel T.K. Gaisser P. Lipari and T. Stanev. Phys. Rev. D, 46:5013, 1992.

ANEXOS

A Pureza de carga y eficiencia de identificación de carga

De forma general, la eficiencia se define como

$$\varepsilon = \frac{\text{algo correcto}}{\text{algo total}} \quad (\text{A.1})$$

En el presente análisis nos interesa la eficiencia de reconstrucción de carga únicamente para aquellos eventos incluidos en el cálculo de la razón de carga (después de aplicados los cortes de selección). En condiciones ideales, $\varepsilon = P = 1$.

También, en la Sección 5.2 se definió que N^{ij} es el número de muones con carga verdadera i reconstruido con carga j , entonces, considerando el número de muones generados (simulados) y reconstruidos, se tiene

	Nº de μ^+ reconstruidos	Nº de μ^- reconstruidos
Nº de μ^+ generados	N^{++}	N^{+-}
Nº de μ^- generados	N^{-+}	N^{--}

de donde la eficiencia de reconstrucción (ε) y la pureza (P) de carga para muones positivos, negativos y total es

$$\varepsilon_+ = \frac{N^{++}}{N^{++} + N^{+-}}; \quad \varepsilon_- = \frac{N^{--}}{N^{--} + N^{-+}}; \quad \varepsilon_{chg} = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^{++} + N^{+-} + N^{--} + N^{-+}}$$

$$P_+ = \frac{N^{++}}{N^{++} + N^{-+}}; \quad P_- = \frac{N^{--}}{N^{--} + N^{+-}}; \quad P_{chg} = \frac{N^{++} + N^{--}}{N^{++} + N^{+-} + N^{--} + N^{-+}}$$

y de lo anterior se ve que la eficiencia de reconstrucción y la pureza de carga, considerando ambos tipos de carga, son iguales.

B Cálculo de la razón de carga de muones múltiples corregida por la eficiencia de identificación de carga

Suponiendo que la eficiencia de reconstrucción de carga, ε , es la misma para muones positivos y negativos tanto en MC como en datos, se tiene

$$\varepsilon = \frac{N^{++}}{N^{++} + N^{+-}} = \frac{N^{--}}{N^{--} + N^{-+}}, \quad (\text{B.1})$$

$$N^{+-} = N^{++} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right), \quad (\text{B.2})$$

$$N^{-+} = N^{--} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \right). \quad (\text{B.3})$$

Combinando las ecuaciones (B.1), (B.2) y (B.3) se puede expresar la razón de carga medida como

$$R_{\mu} = \frac{N^{++} + N^{-+}}{N^{--} + N^{+-}} = \frac{\frac{N^{++}}{N^{--}} + \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{1 + \frac{N^{++}}{N^{--}} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}. \quad (\text{B.4})$$

Reordenando los términos,

$$\frac{N^{++}}{N^{--}} = \frac{R_{\mu} - \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{1 - R_{\mu} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}. \quad (\text{B.5})$$

Además, la razón de carga verdadera es

$$\begin{aligned} R_{\mu}^{corr.} &= \frac{N^{++} + N^{+-}}{N^{--} + N^{-+}} \\ &= \frac{N^{++} + N^{++} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{N^{--} + N^{--} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)} = \frac{N^{++}}{N^{--}}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Combinando Ecs. (B.5) y (B.6), la razón de carga corregida estará dada por

$$R_{\mu}^{corr.} = \frac{R_{\mu} - \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}{1 - R_{\mu} \left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)}. \quad (\text{B.7})$$

El error asociado, $\delta R_{\mu}^{corr.}$, se obtiene propagando los errores en R_{μ} and ε a partir de la ecuación (B.7):

$$\delta R_{\mu}^{corr.} = \frac{\sqrt{(1-2\varepsilon)^2 (\delta R_{\mu})^2 + (1-R_{\mu}^2) (\delta \varepsilon)^2}}{[\varepsilon - R_{\mu}(1-\varepsilon)]^2}. \quad (\text{B.8})$$

Usando $\varepsilon = 0,944$ and $R_{\mu} = 1,091$, se obtiene $\delta R_{\mu}^{corr.} = 0,006$.